神経回路網 (Neural Network)

Introduction: Neurons and Brains

- Neural Network
  - 情報を収集して、反応する
- 単細胞(single cell)生物
  - 「神経」は無い
  - 外界の刺激に細胞全体で反応
- 植物(plants)
  - 「神経」は無い
- 多細胞動物(multi-cell animals)
  - 「神経」細胞が分化

Neural systems in multi-cell animals

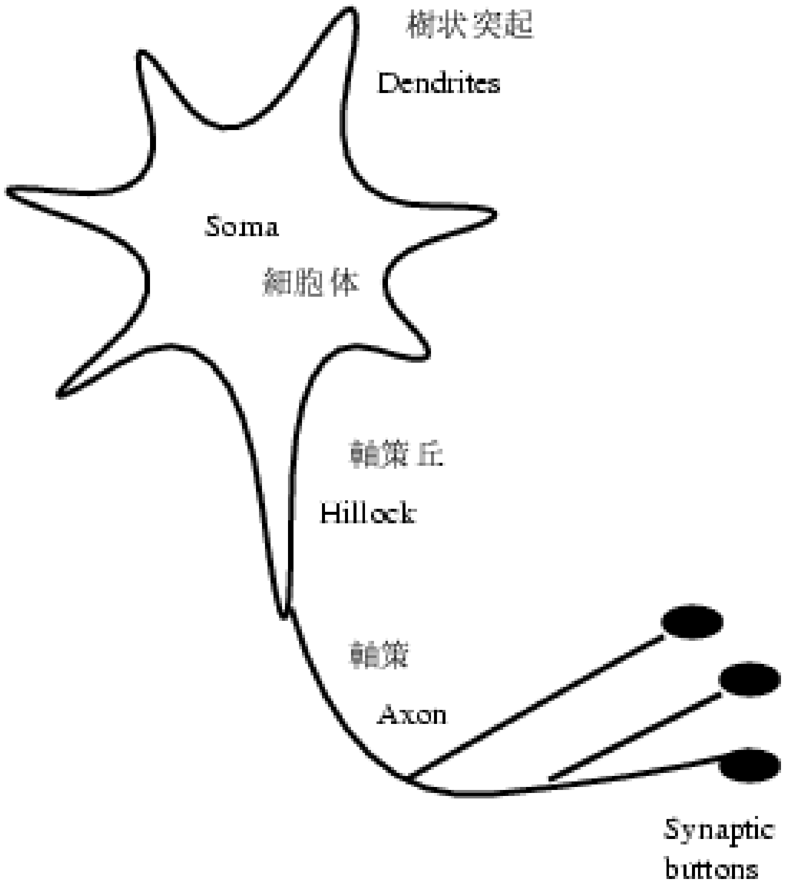
- 海綿動物(Poriferan)と平板動物(Placozoa)には神経は無い
  - 細胞の分化がほとんどない
- 散在神経系を持つ動物
  - 体表に神経細胞のネットワーク
  - 中枢神経 (Central Nervous System) を持たない
  - 腔腸動物(Coelenterate)
    - くらげ(jellyfish)、さんご(coral)

- かご型神経系をもつ動物
  - 頭部に神経の集まる神経節
  - からだには梯子状の神経網
  - 扁形動物(flatworm)
    - プラナリア(Planaria)

- はしご型神経系をもつ動物
  - 頭部に神経節の発達した脳
  - 左右腹面に中枢神経系
  - 体節ごとに神経節
  - 節足動物(Arthropod):昆虫など
  - 環形動物(Annelid):ミミズなど

- 管状神経系をもつ動物
  - 頭部に神経節の発達した脳
  - 中央に管状の中枢神経系
  - 脊索動物(Chordate)
    - 脊椎動物(Vertebrate)を含む

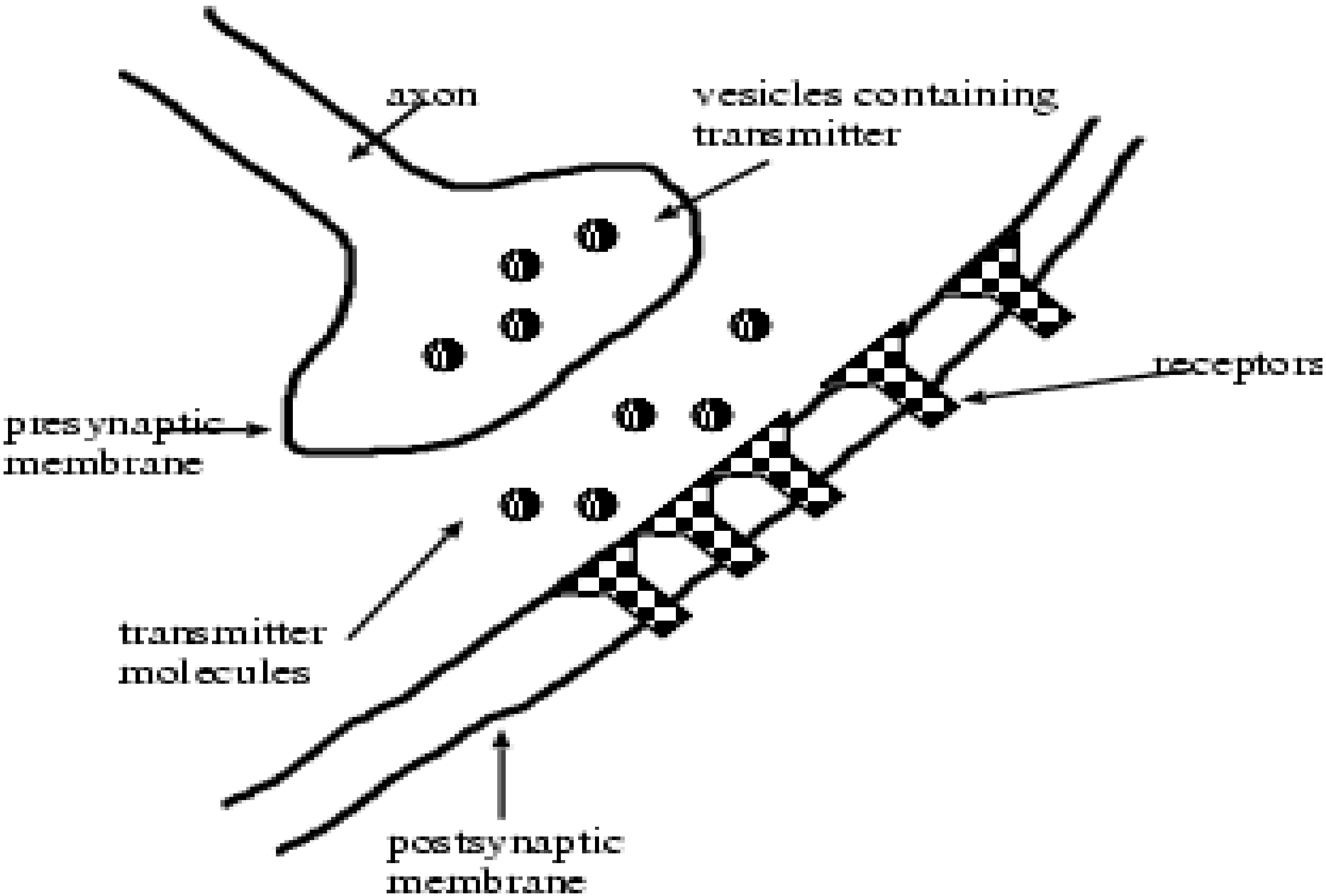
神経細胞



- 神経細胞
  - 他の神経細胞からのパルスをSynapseを介して受け取る
  - イオンを使った電気パルス
  - コード化方法は不明点がある
  - 発火状態と静止状態の二つ
  - 他からの刺激が閾値を越えると発火する

- 細胞体(soma)
  - 通常の体細胞と同様に細胞の活動を維持
- 樹状突起(Dendrite)
  - 他の神経細胞からの情報を受け取る
- 軸索(Axon)
  - 他の神経細胞の情報を伝達する
  - 人間の場合、先端は10000個程度に分裂
  - 先端にsynapse
- 他の体細胞と異り、幼児期に細砲分裂は終了

Synapse



axon
vesicles containing transmitter
receptors
presynaptic membrane
transmitter molecules
postsynaptic membrane

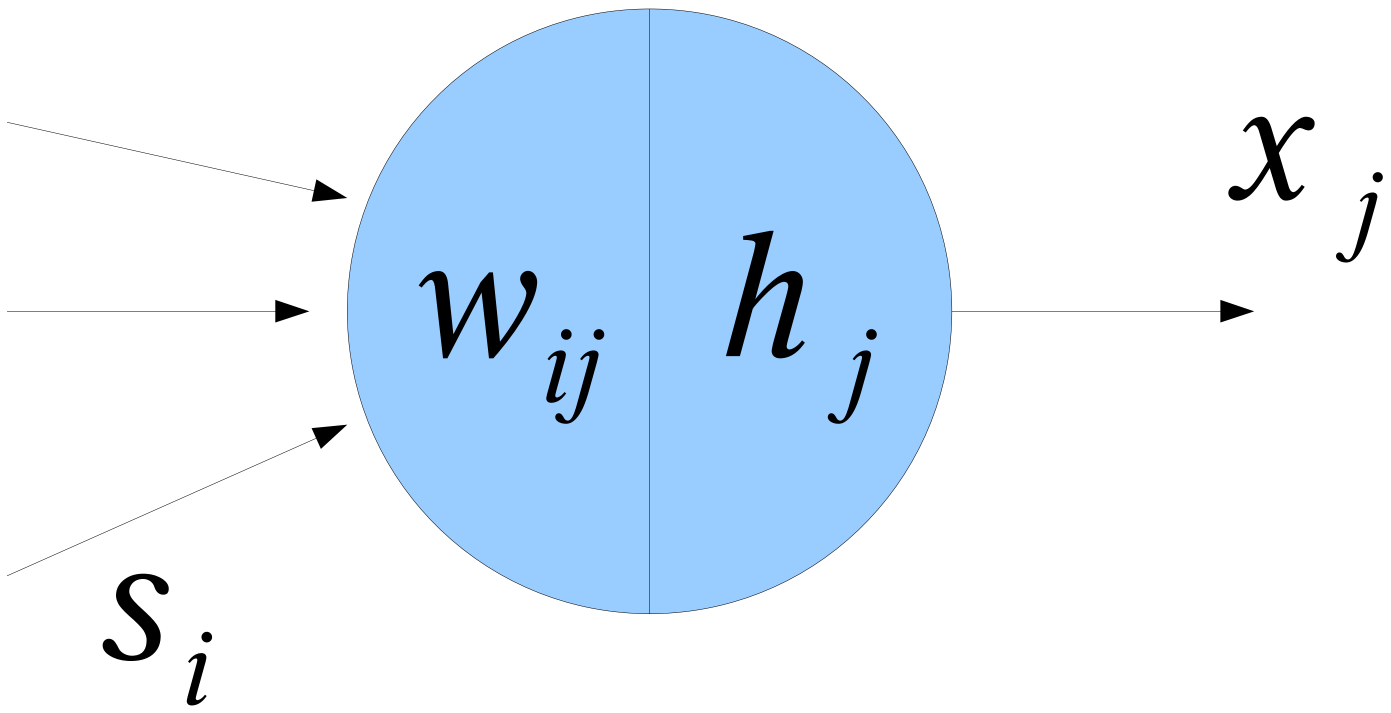
神経細胞の数理モデル

- 神経細胞 j に他の神経細胞 i から刺激が入力される

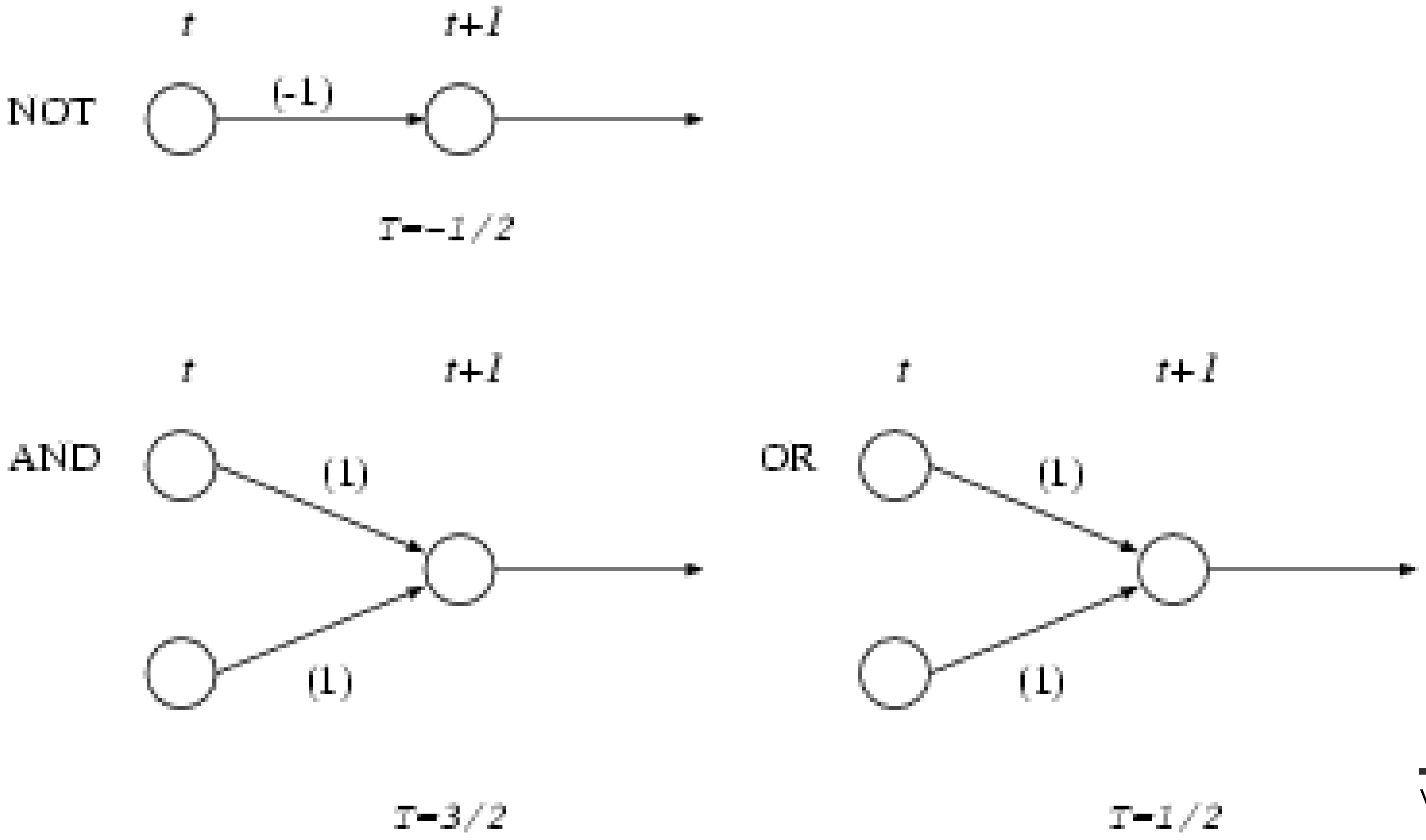
$$x_j = \phi\left(\sum_i w_{ji} s_i - h_j\right)$$

  - x_i :神経細胞 i の出力
  - w_{ji} :シナップス接合の強度
  - h_j :閾値
  - ϕ :sigmoidal関数

McCulloch-Pittsモデル



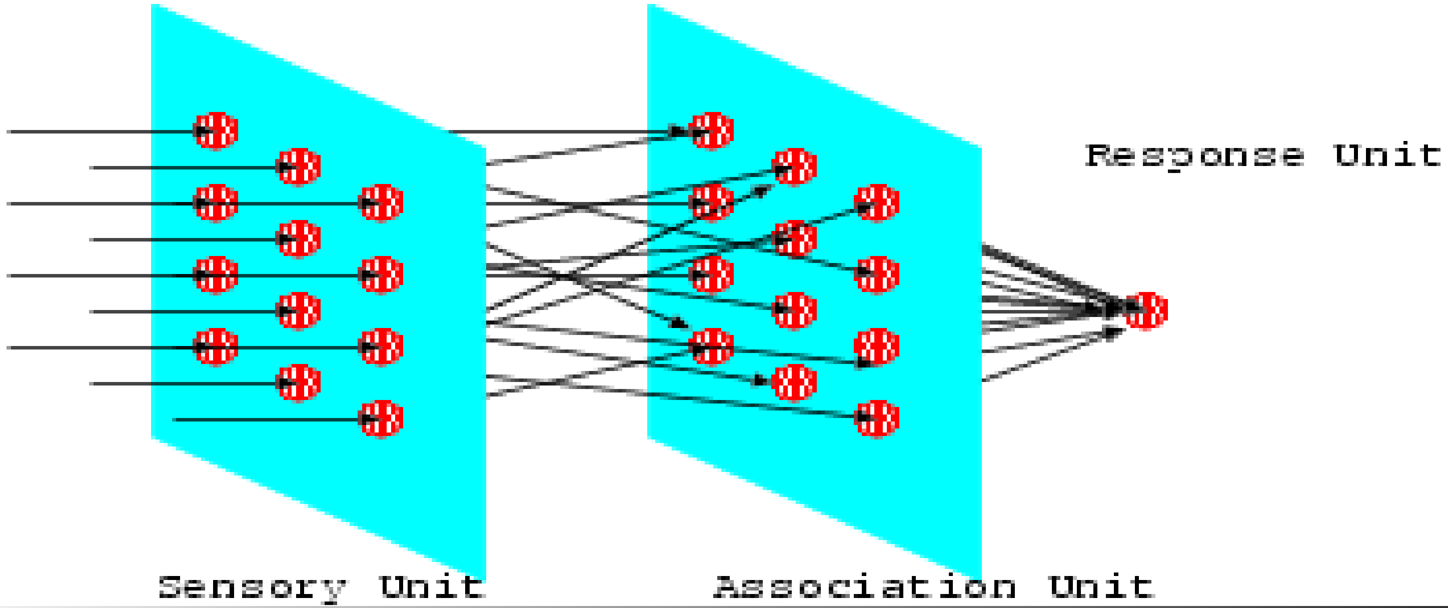
McCulloch-Pitts素子による論理ゲート



versity

Perceptron

- **目的：神経回路網モデルを用いた学習と認識**
- Rosenblatt(1961)



2層のPerceptron

- Sensory Unitからの入力 $\{a_i\}$
- Response Unitからの出力 η

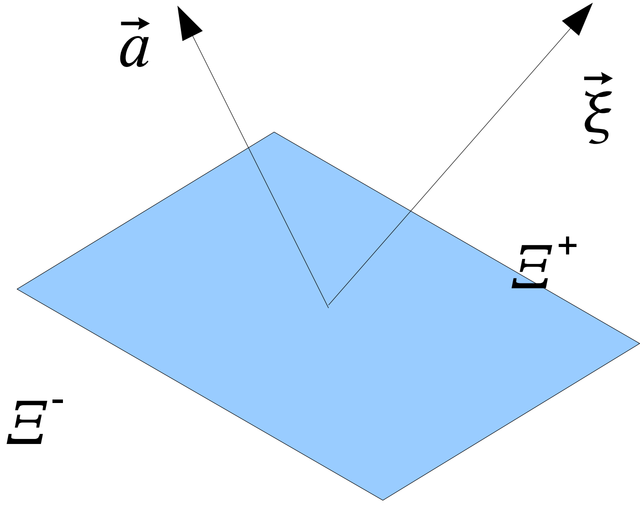
$$\eta = \theta\left(\sum_j \xi_j a_j\right)$$

- $\theta(x)$ は階段関数
  - $\vec{\xi}\cdot\vec{x}$ の符号(二つのベクトルの向き)に応じた反応

線形分離可能(Linearly Separable)

- $\vec{a}$ が張る空間を $\vec{\xi}$ に垂直な超平面で二つに分離

$$\begin{cases} \vec{\xi}\cdot\vec{a} > 0 & \vec{a} \in \Xi^{+} \\ \vec{\xi}\cdot\vec{a} < 0 & \vec{a} \in \Xi^{-} \end{cases}$$



誤り訂正による学習

$$\begin{cases} \vec{\xi} \rightarrow \vec{\xi} + c\vec{a} & \text{if} \quad \eta = 0 \quad \text{for} \quad \vec{a} \in \Xi^{+} \\ \vec{\xi} \rightarrow \vec{\xi} - c\vec{a} & \text{if} \quad \eta = 1 \quad \text{for} \quad \vec{a} \in \Xi^{-} \end{cases}$$

- **線形分離可能性に依拠した緩和法**

実験

- 解答となる(学習対象)ベクトルを準備 $\vec{\xi}^0$
  - ランダムな規格ベクトル
- 初期のベクトルを準備 $\vec{\xi}$
  - ランダムな規格ベクトル
- 学習の各ステップ
  - 学習
  - 規格化
  - 評価

$$m = \vec{\xi}^0 \cdot \vec{\xi}$$

3層のPerceptron

- **入力**：Sensory Unit (**出力** a_i)
- **中間層**：Association Unit (**出力** x_i)
- **出力層**：Response Unit (**出力** η)

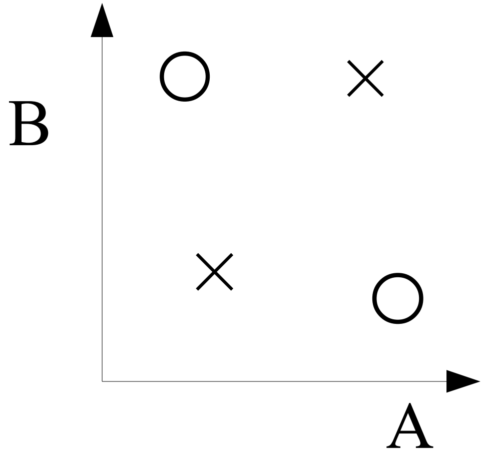
$$x_i = \theta\left(\sum_j w_{ij} a_j\right)$$

$$\eta = \theta\left(\sum_k s_k x_k\right)$$

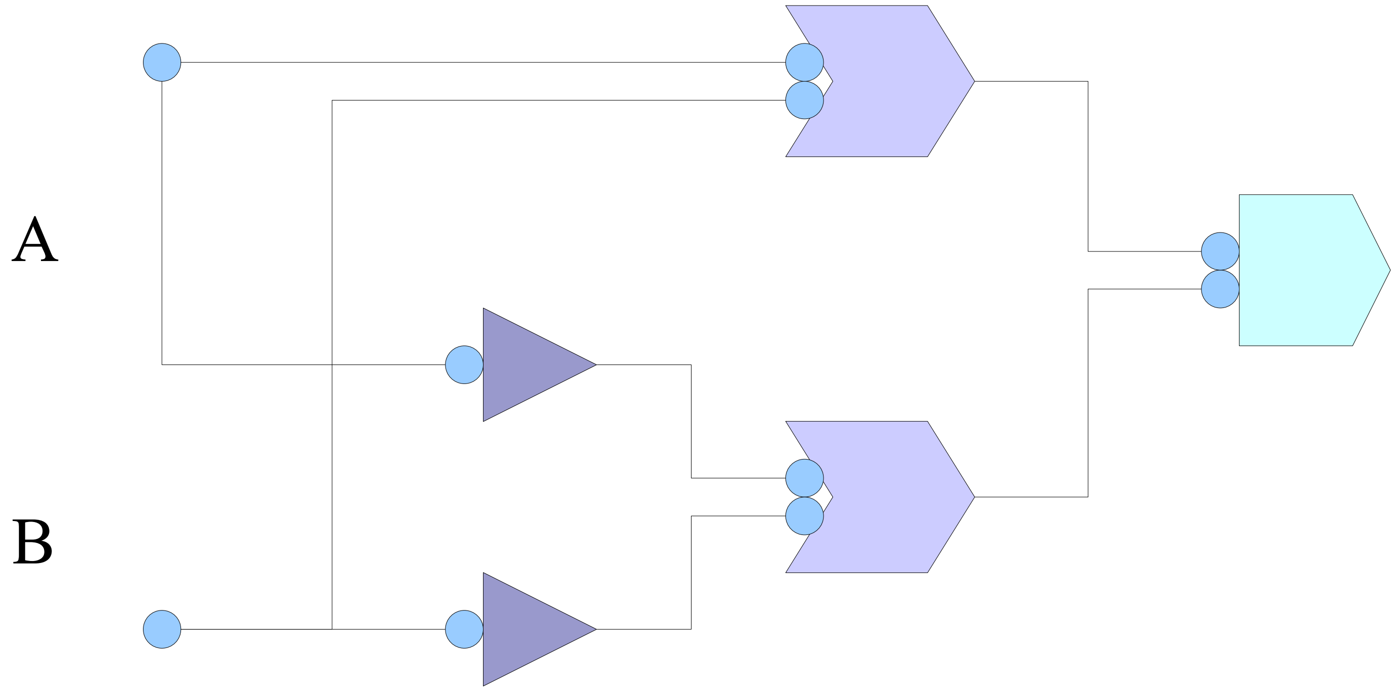
3層Perceptronで問題が解ける例

- XORは線形分離可能ではない。

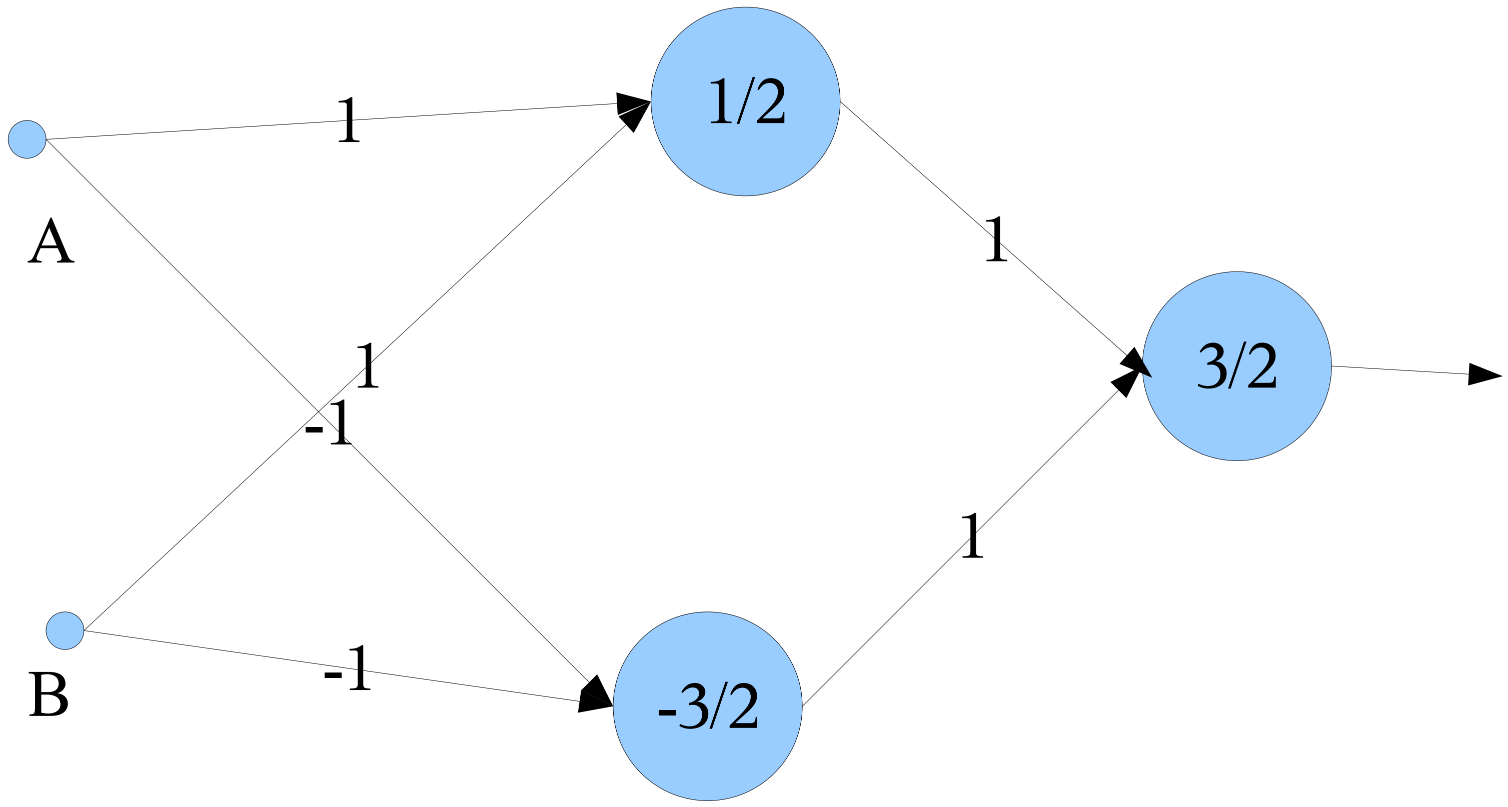
A	B	A XOR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



$$A \text{ XOR } B = (A \vee B) \wedge (\bar{A} \vee \bar{B})$$



3層Perceptronとしての実装



逆伝播法 (Back Propagation)

- 出力の二乗誤差を最小化する

$$E = \frac{1}{2}\left(\eta - \eta_{\mathrm{correct}}\right)^2$$

- 各素子の出力を連続変数とする

$$x_i = f\left(\sum_j w_{ij} a_j\right)$$

$$\eta = g\left(\sum_k s_k x_k\right)$$

- **出力層の変更**

$$\frac{\partial E}{\partial s_k} = \left(\eta - \eta_{\mathrm{correct}}\right) g' x_k \equiv r x_k$$

$$s_k \rightarrow s_k - c r x_k$$

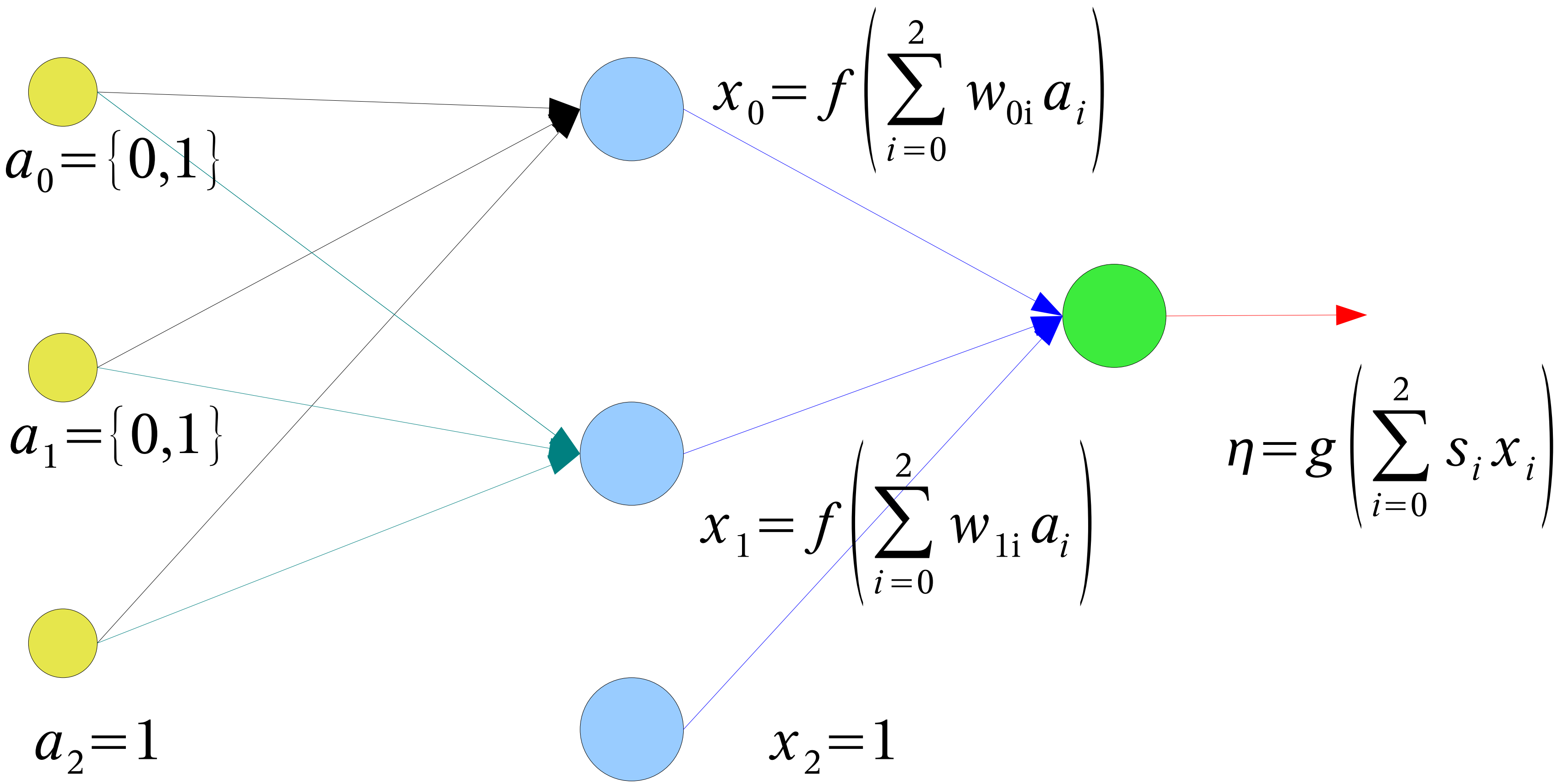
- 中間層の変更

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \left(\eta - \eta_{\mathrm{correct}}\right) g' s_i f' a_j \equiv \tilde{r}_i a_j$$

$$w_{ij} \rightarrow w_{ij} - c \tilde{r}_i a_j$$

- 誤差が出力側から入力側へ逆流しているように見える
- 極小値に捕まる可能性がある

実験：XORを逆伝搬法で学習する



- 閾値を設定するために、固定入力を設定

$$a_2 = 1, \quad x_2 = 1$$

- 応答関数

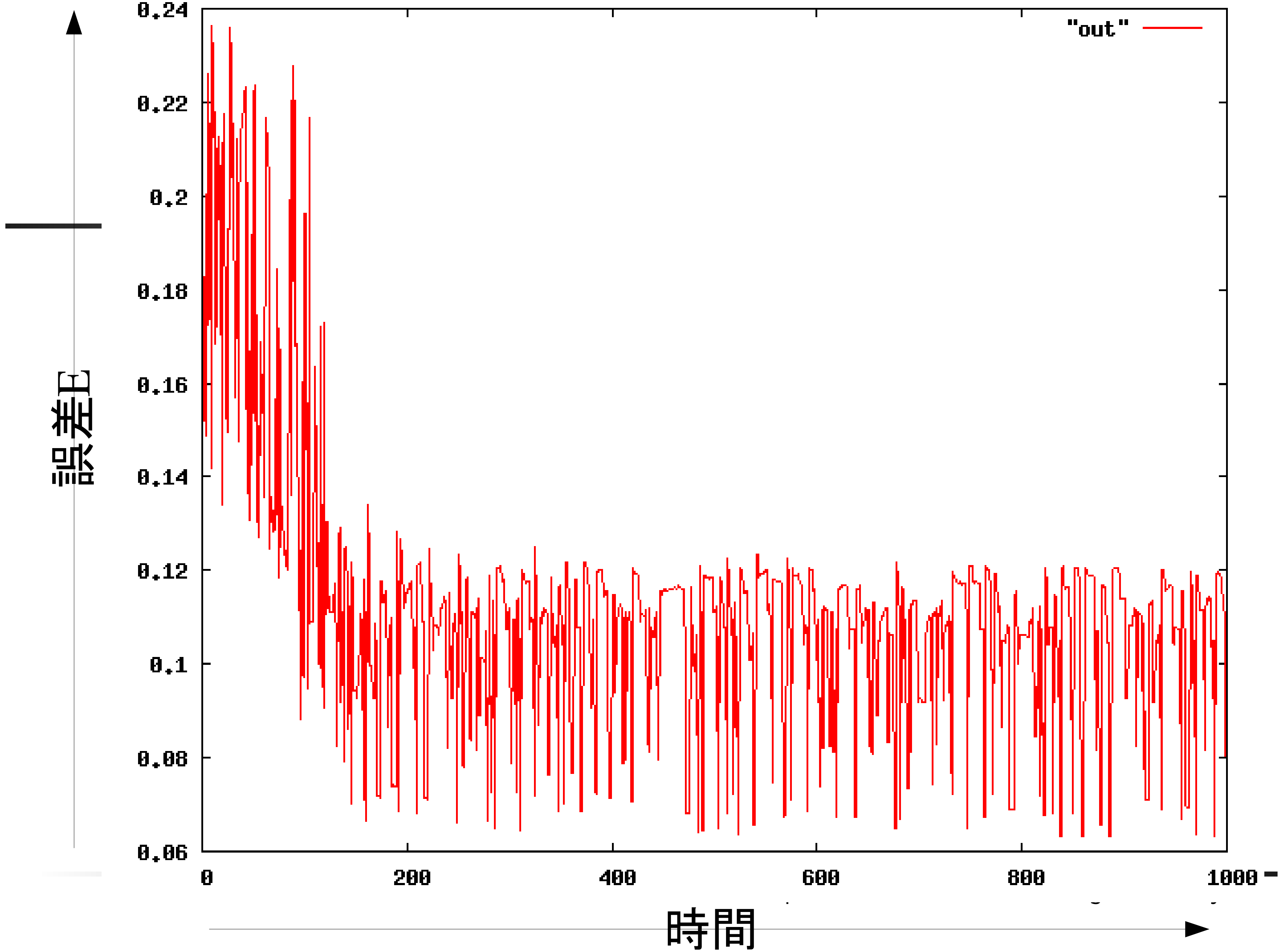
$$f(x) = g(x) = \frac{1}{1 + e^{-\alpha x}}$$

- ランダムな初期値

$$\{w_{ij}\}, \quad \{s_i\}$$

- 各時刻で誤差を計測

$$E = \frac{1}{4} \sum_{a_0=0}^{1} \sum_{a_1=0}^{1} \frac{1}{2} \left(\eta - \eta_{\mathrm{correct}} \right)^2$$


"out"
0.24
0.22
0.2
0.18
0.16
0.14
0.12
0.1
0.08
0.06
0
200
400
600
800
1000
誤差E
時間