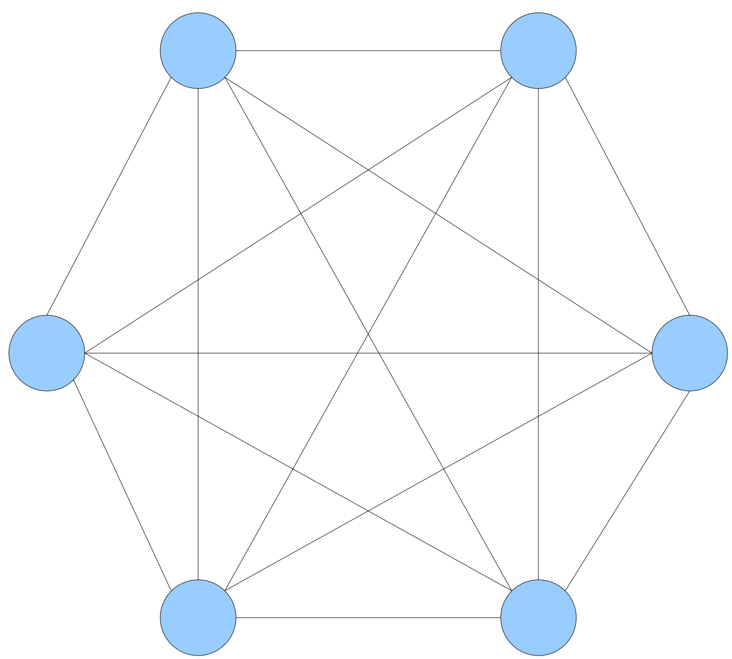
特殊なグラフ

今回の目的

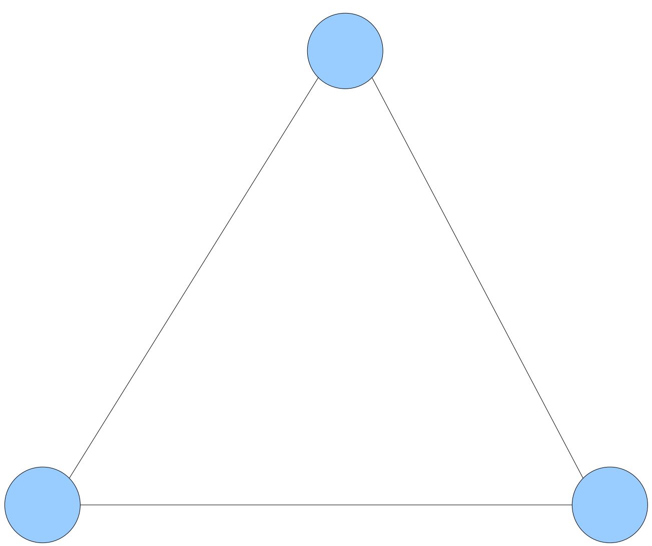
- 特別な構造のグラフの導入
  - 完全グラフ (complete graphs)
  - 二部グラフ (bipartite graphs)
  - 道 (paths)
  - 閉路 (circles)
  - 木 (trees)
  - 平面グラフ (planer graphs)
  - 双対グラフ (dual graphs)

完全グラフ (Complete Graphs)

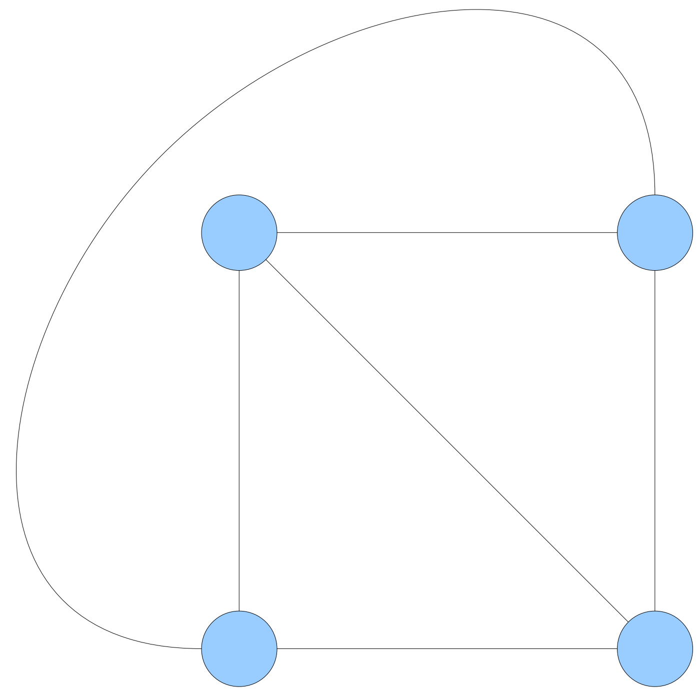
- 任意の相異なる点に必ず一つの弧が存在する無向グラフ



K_6



K_3



K_4

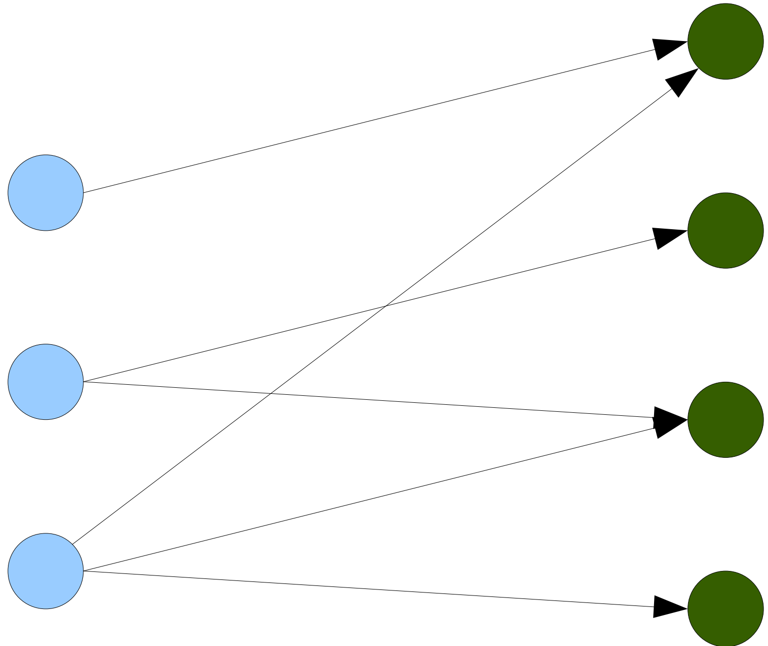
二部グラフ (Bipartite Graphs)

- グラフの点集合が二つに分割されている

$$V = V^+ \cup V^-,\ \ V^+ \cap V^- = \emptyset$$

- 各弧がその二つの集合の点を結ぶ
  - 弧の向きはV^+からV^-へと通常定義する

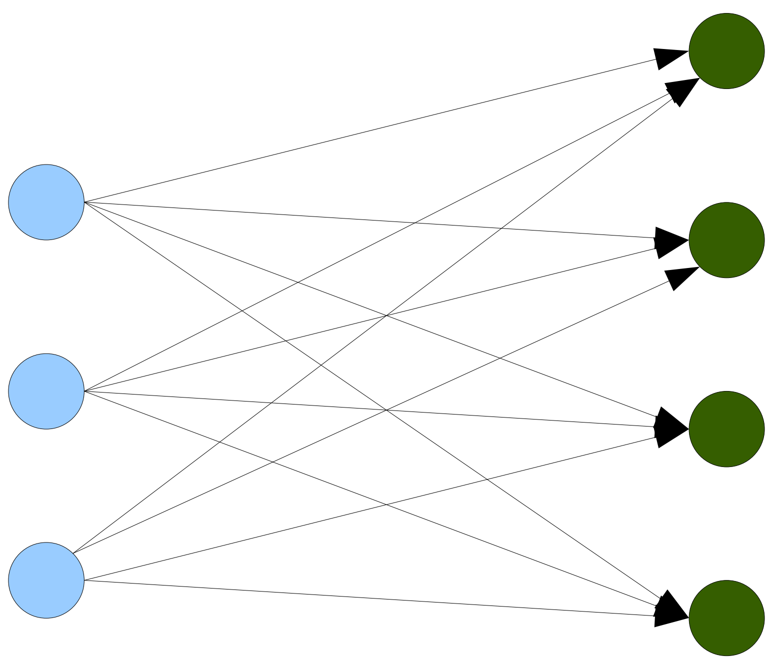
$$\forall a \in A, \partial^+ a \in V^+ \wedge \partial^- a \in V^-$$



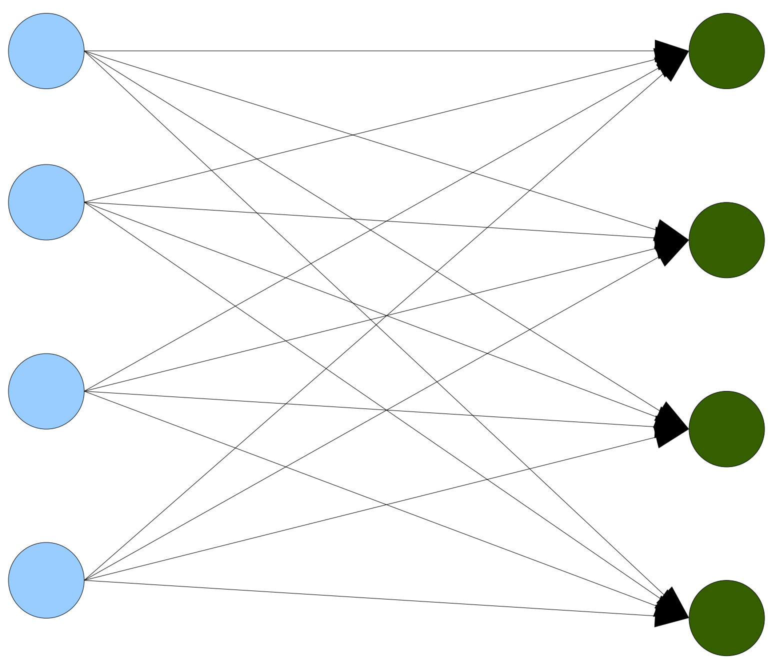
完全二部グラフ (Complete Bipartite Graphs)

- V^+の各頂点から、全てのV^-の頂点への弧がある

$K_{3,4}$

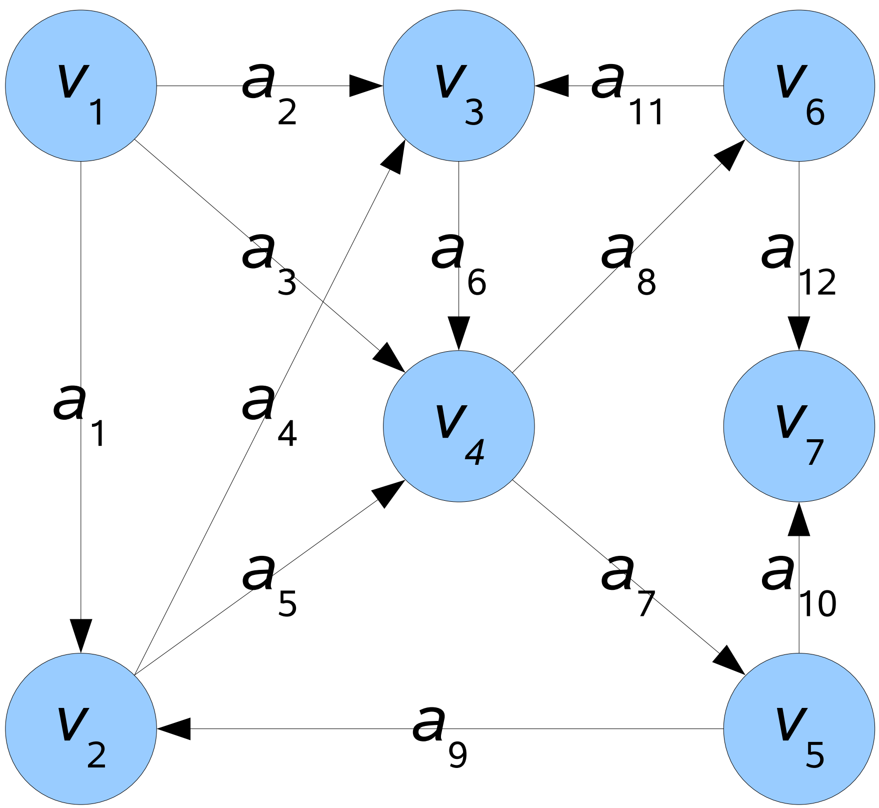


$K_{4,4}$



道 (Paths)

- 始点から終点までの経路を「道」と言う



点1から点7への道

$$\left(v_{1,} a_{1,} v_{2,} a_{5,} v_{4,} a_{8,} v_{6,} a_{12,} v_{7}\right)$$

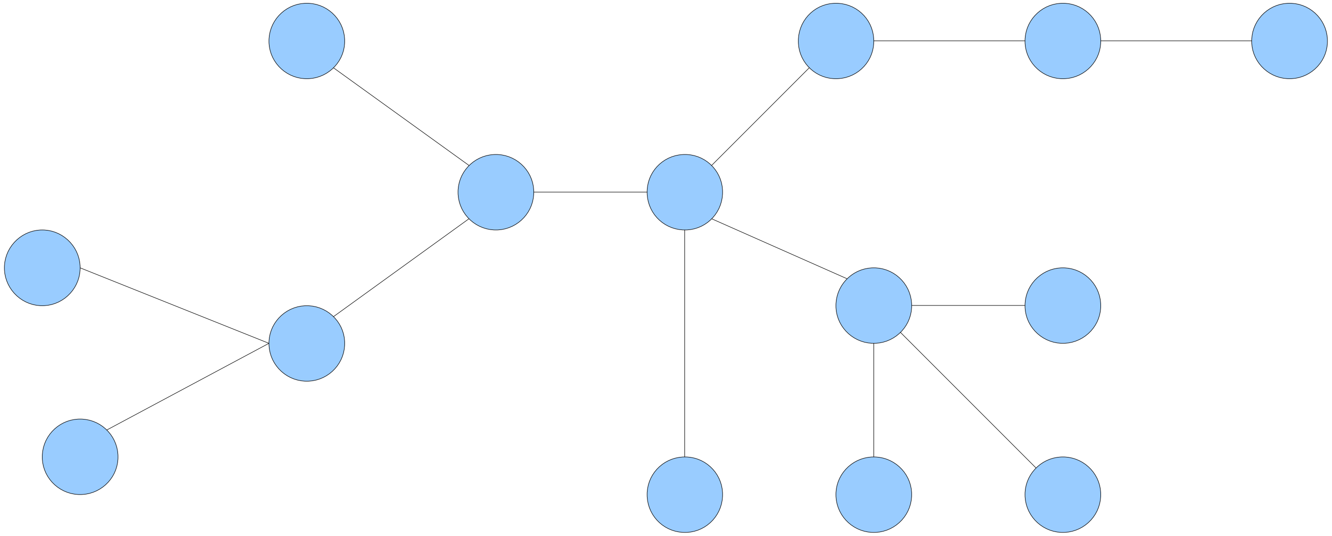
- 通常、道は弧の向きを無視して考える
- 弧の向きが揃っている場合
  - 有向道 (directed path)
- 同じ弧を一度しか通らない道
  - 単純な道 (simple path)
- 同じ点を一度した通らない道
  - 初等的な道 (elementary path)
- 始点と終点が同じ道
  - 閉路 (closed path)

閉路 (Closed path, Circles)

- 始点と終点が同じ道を「閉路」と呼ぶ
  - Euler閉路
    - 全ての弧を一度ずつ経由する閉路
    - 一筆書き
  - Hamilton閉路
    - 全ての頂点を一度ずつ経由する閉路

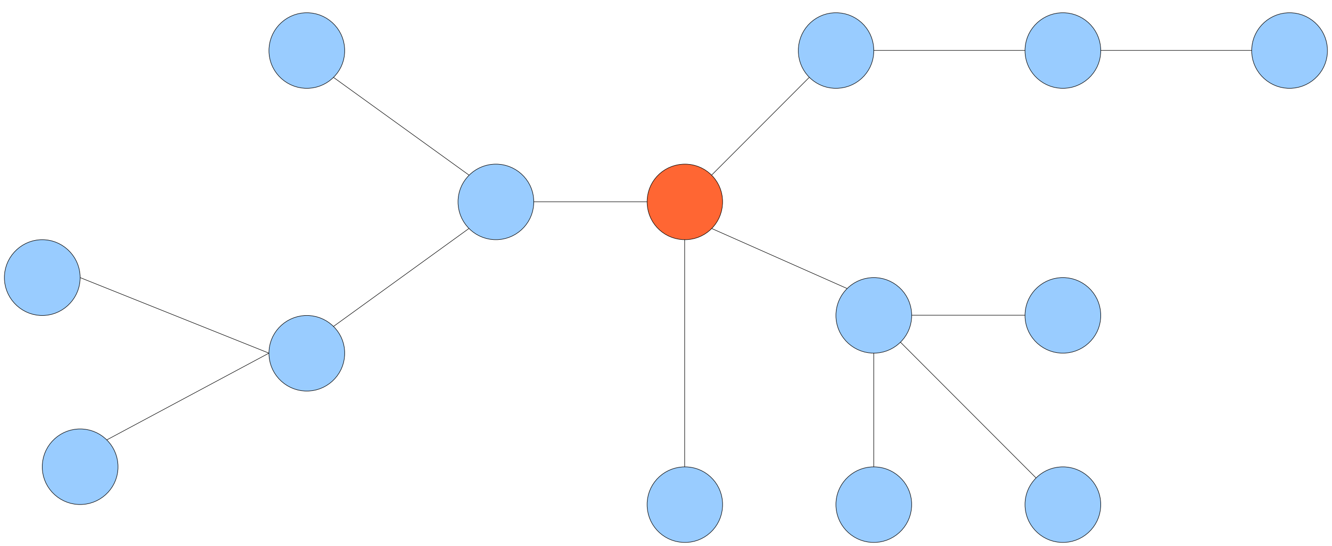
木 (Tree)

- 閉路を含まない連結なグラフ
  - 「木」の形
  - 通常は無向グラフ
  - 葉 (leaf) ：次数が1である点



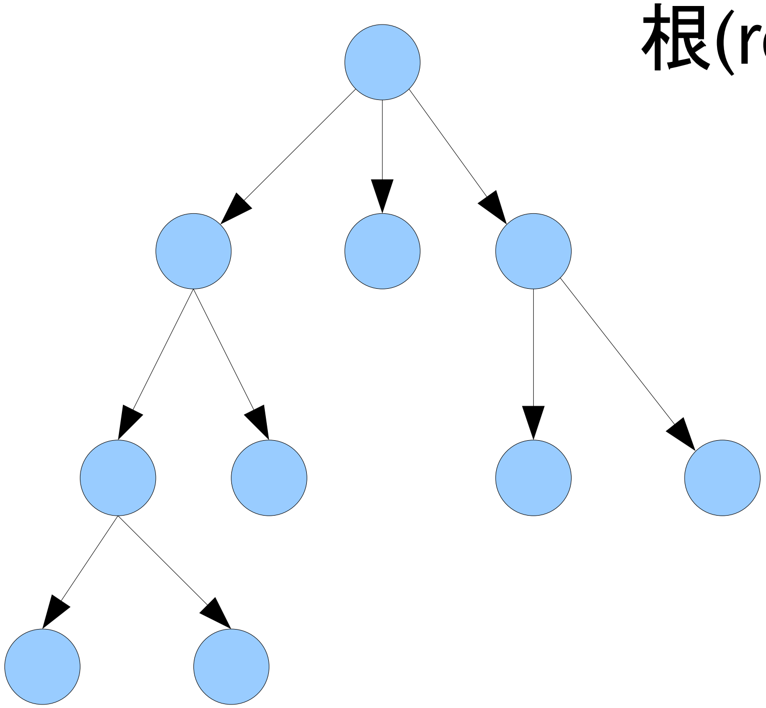
木 (Tree)

- 無向木では、任意の点を選んで根とできる

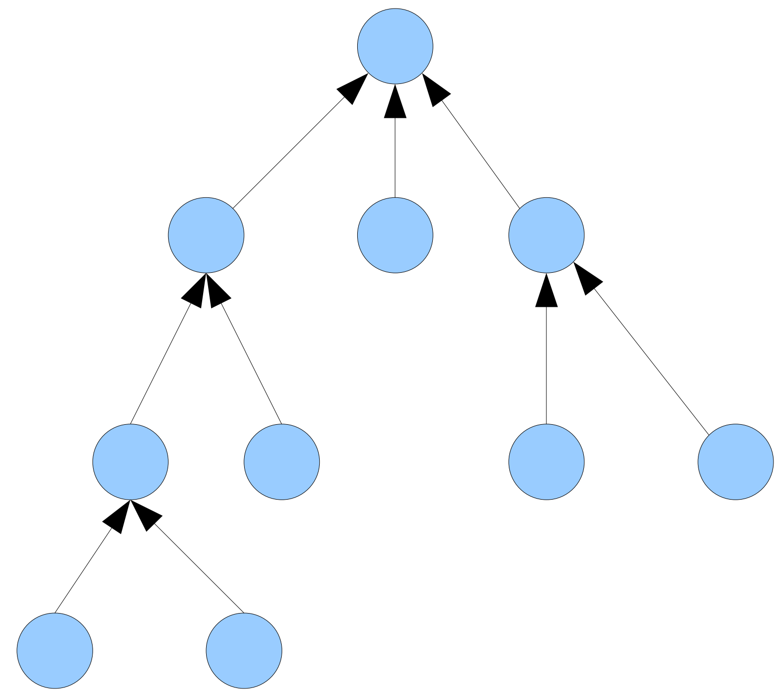


有向木 (directed tree)

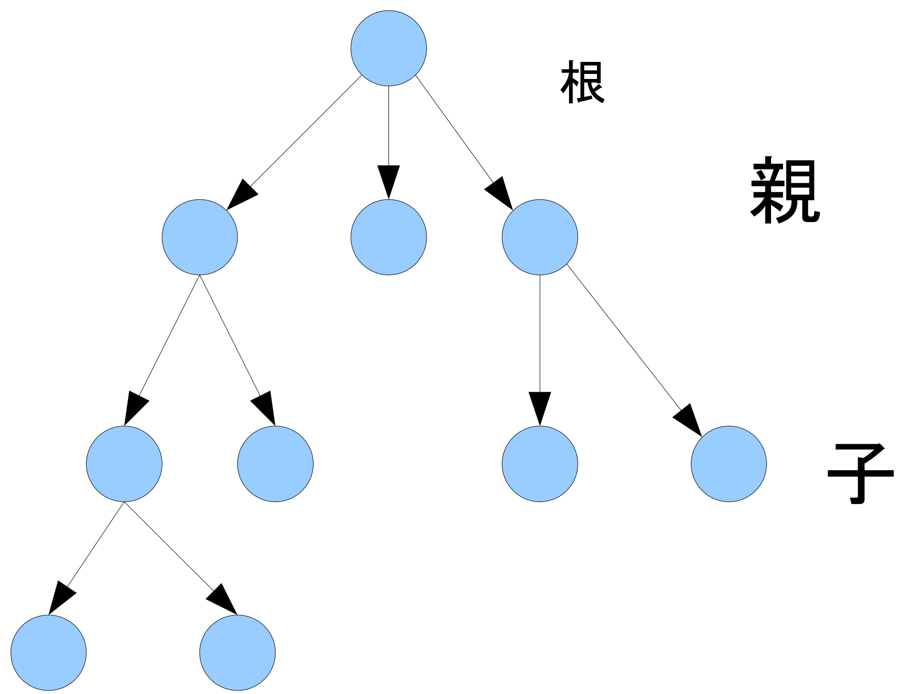
根(root)



外向木(out-tree)

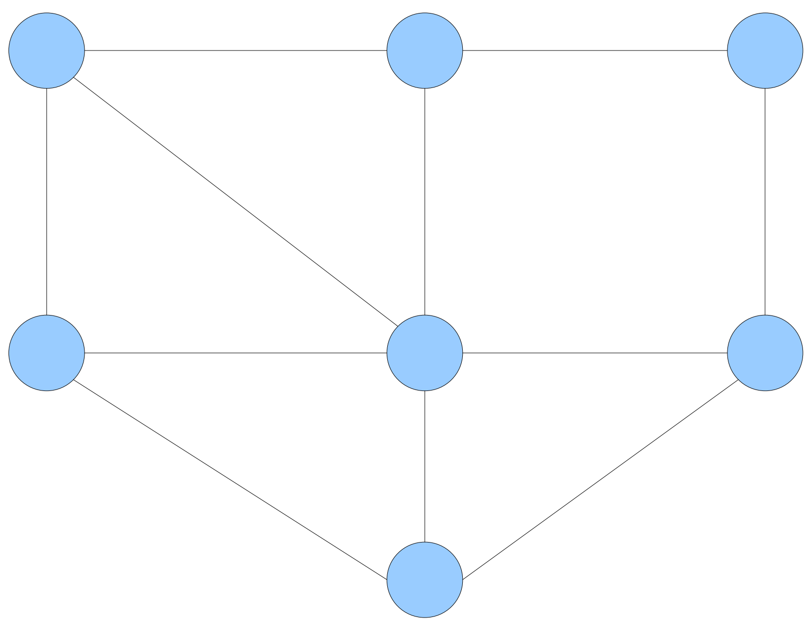


内向木(in-tree)

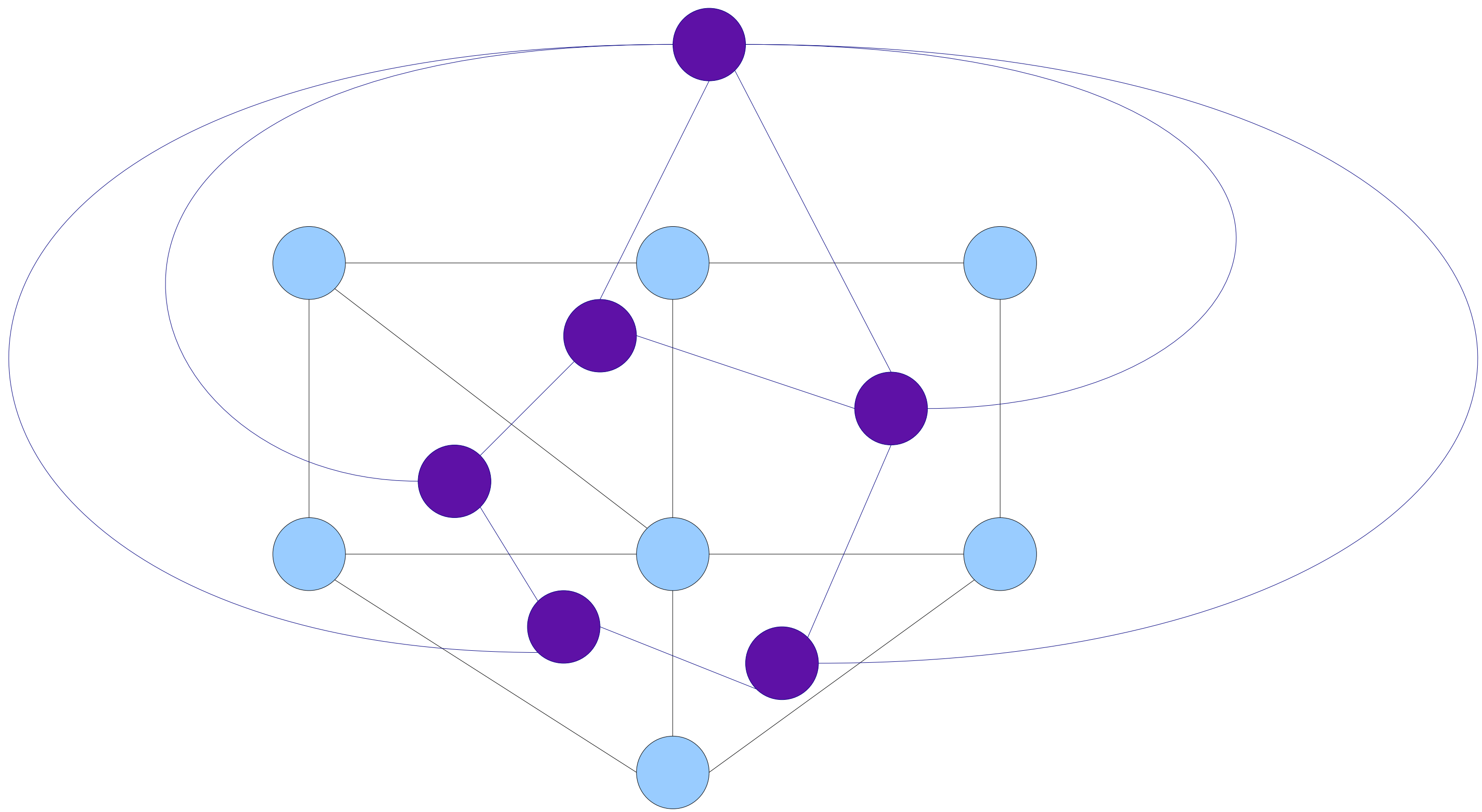

根
親
子

平面グラフ (planer graph)

- 頂点の配置によって、弧が交差しないように描くことが出来るグラフ



平面グラフの双対グラフ (dual graph)



平面グラフの領域ごとに一つの点
領域の境界の弧に対応する弧