



# 複雑ネットワーク

自然・社会はネットワーク

# 多くの要素からなるシステムの性質

- 連続体と考えて偏微分方程式を作る
  - 要素の繋がり方を無視
- 正規格子に要素を並べる
  - 要素ごとに隣接する要素数が一定
  - 一様なシステム
  - 情報伝達が遅い
- ランダムグラフに要素を並べる
  - 一様なシステム
  - 情報伝達が速すぎる
- 要素間の関係が重要な働きをしている場合
  - 要素間の関係の非一様性
  - 時間の遅れ



# 自然・社会はネットワーク

- 多数の要素の繋がりをネットワークとして捉える
  - インターネット
  - Webページのリンク
  - 知人の繋がり
  - 映画俳優の共演関係
  - 論文の共著者の関係
  - 食物連鎖
  - タンパク質の反応連鎖
  - 電力供給網
- 共通の性質はあるのだろうか



# 例

- インターネット: <http://www.opte.org/maps/>
- 代謝:  
<http://capsid.msu.montana.edu/douglasgroup/index.php/complex-chemical-networks/17-metabolic-networks.html>
- 全米電力ネットワーク:  
<http://www.isa.org/InTechTemplate.cfm?Section=Features3&template=/ContentManagement/ContentDisplay.cfm&ContentID=75580>
- 食物連鎖:  
<http://www.nceas.ucsb.edu/featured/martinez>



# ネットワークの科学

- システムをネットワークとして捉える
  - 要素間のつながりに注目
- 新しい分野
  - 応用：
    - 生態学、分子生物学、社会学、経済学
  - 基礎：
    - 数学、計算機科学、物理学



# 「複雑ネットワーク」共通の性質がある

- 要素間の距離が短い
  - Small world
  - Six degree
- べき則
  - Fat tail
  - 一人勝ち
  - 富者はより富み、貧者はより貧しく



# MILGRAMの実験

- 1967年に実施
- 手紙を目的の人Aまで届ける
  - 直接、Aを知らない場合、親しい人(ファーストネームで呼ぶような人)で、Aに近いと思われる人に送る
- 1/3 程度の手紙が到達
  - 平均のホップ数は5.5
- Small world性を示している?
  
- いろいろと問題は指摘されている
  - サンプルの偏り
  - 追試験



# KEVIN BACON ゲーム

- 映画の共演関係
- <http://oracleofbacon.org>
- <http://www.imdb.com>
- <http://blog.globalpatentsolutions.com/bid/26875/Six-Degrees-of-Kevin-Bacon-the-inventor>



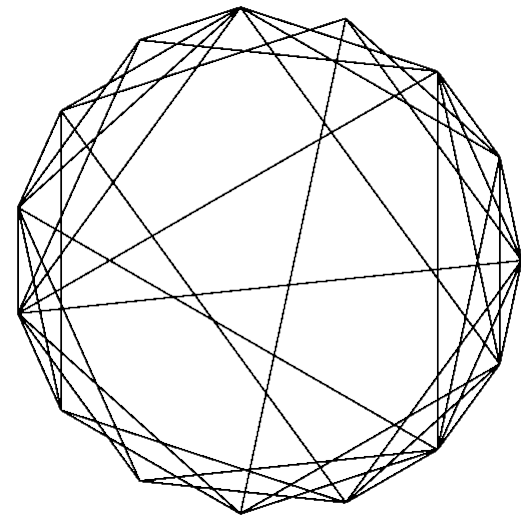
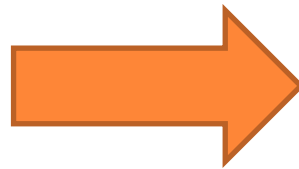
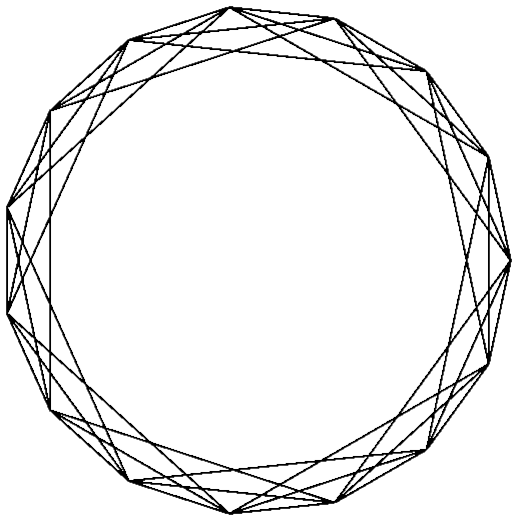


俳優の氏名	Bacon Number
Julia Roberts	1
Marcello Mastroianni	2
Audrey Hepburn	2
高倉 健	2
Jean Reno	2
Keanu Reeves	2
Johnny Depp	2
木村拓哉	2



# WATTS-STROGATZ SMALL WORLD

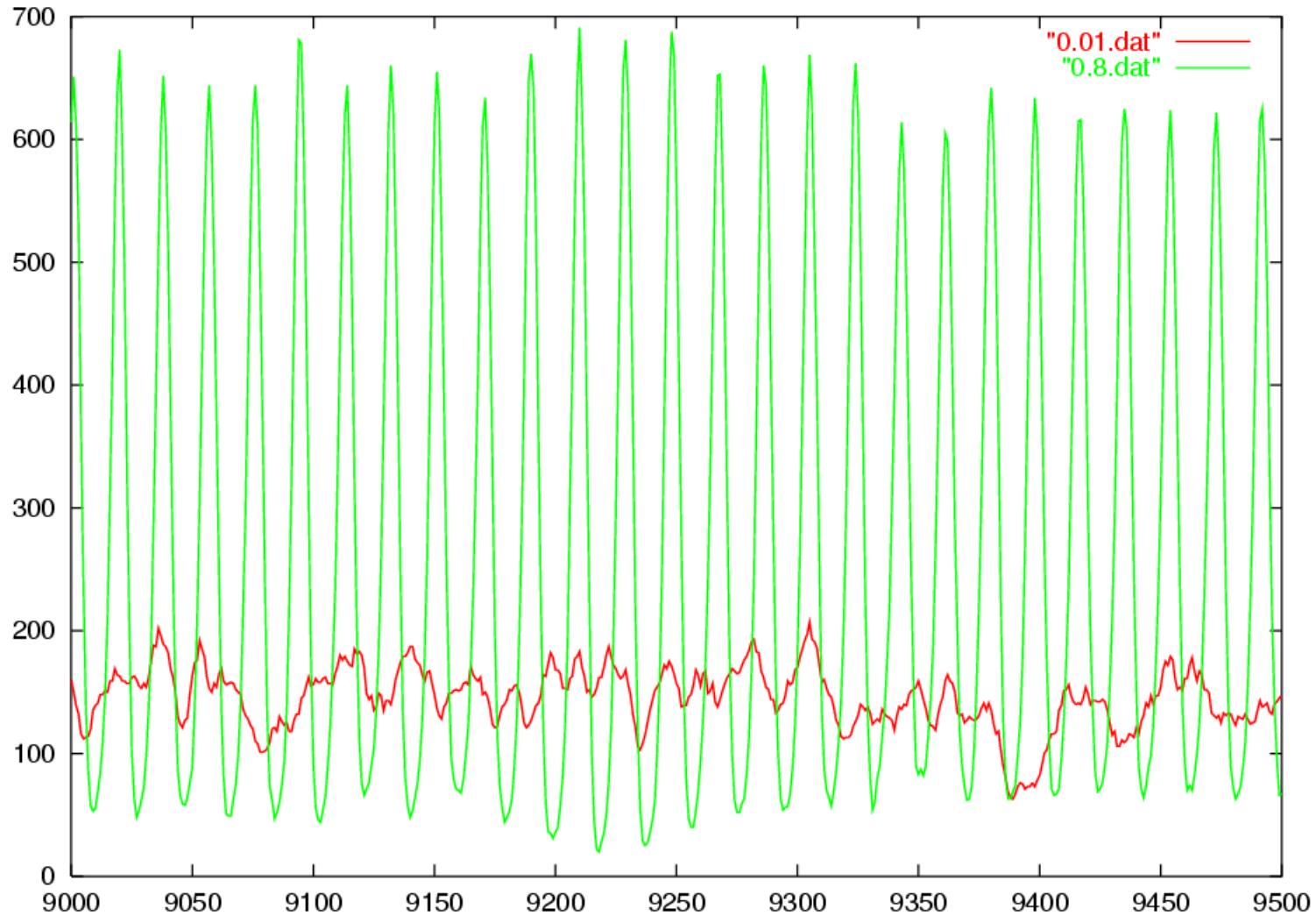
- 正規格子 + ランダムな近道



平均距離が急速に減少



$$N = 10^4, k = 3, \tau_I = 4, \tau_R = 9$$



伝染病モデル  
近道を使って病気が活動



# SCALE-FREE ネットワーク

- 頂点の次数の分布がべき則

$$P(k) \sim k^{-\gamma}$$

- Web ページ  $\gamma_{\text{in}} \sim 2.1$ 、 $\gamma_{\text{out}} \sim 2.7$ 
  - <http://www.nature.com/nature/journal/v401/n6749/full/401130a0.html>
- インターネット  $\gamma \sim 2.2$
- 論文引用(Phys. Rev. D)  $\gamma \sim 2.6$

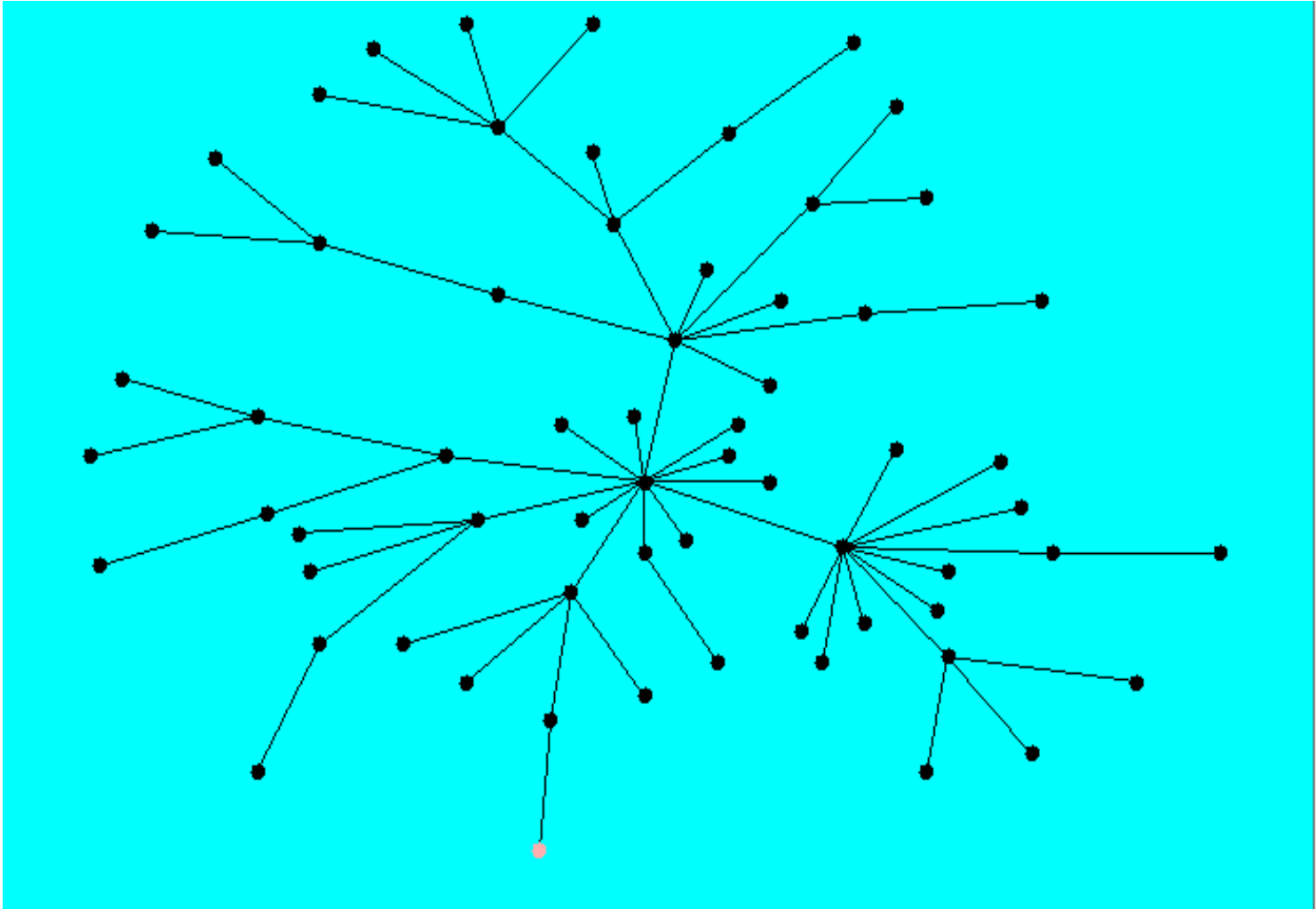


# BARABÁSI-ALBERTモデル

- Preferential attachment
  - 次数の高い頂点ほど、新しいリンクを集める
- 各時刻で新しい頂点が発生する
- 新しい頂点は、既存の頂点に  $m$  本のリンクを作る
  - リンク先は、直前の時刻の次数に比例した確率で選ばれる

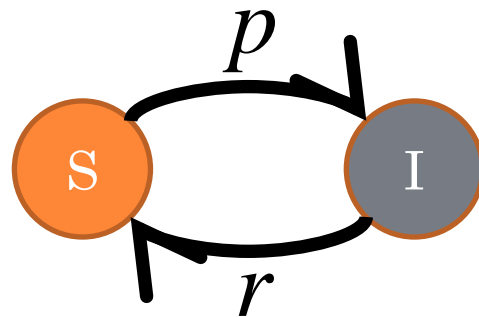
$$P(k) \sim k^{-3}$$



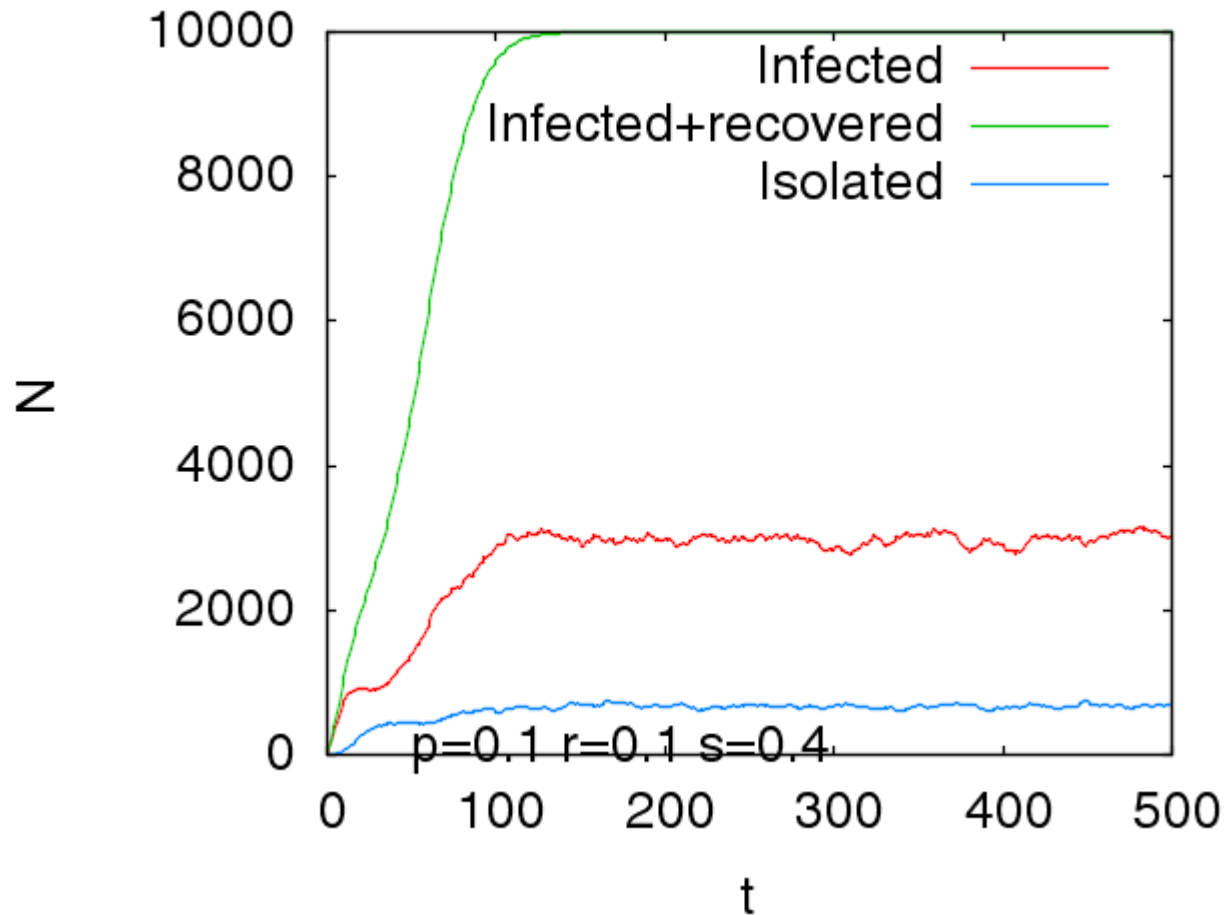


# SCALE-FREE NETWORK上の伝染病モデル

- 各頂点には「個体」が居る
- 各個体の状態はS(健康)またはI(病気)
- 状態Sの個体に状態Iの個体が隣接している場合
  - 確率 $p$ で病気に係る
- 状態Iの個体は、確率 $r$ で治り、状態Sに戻る

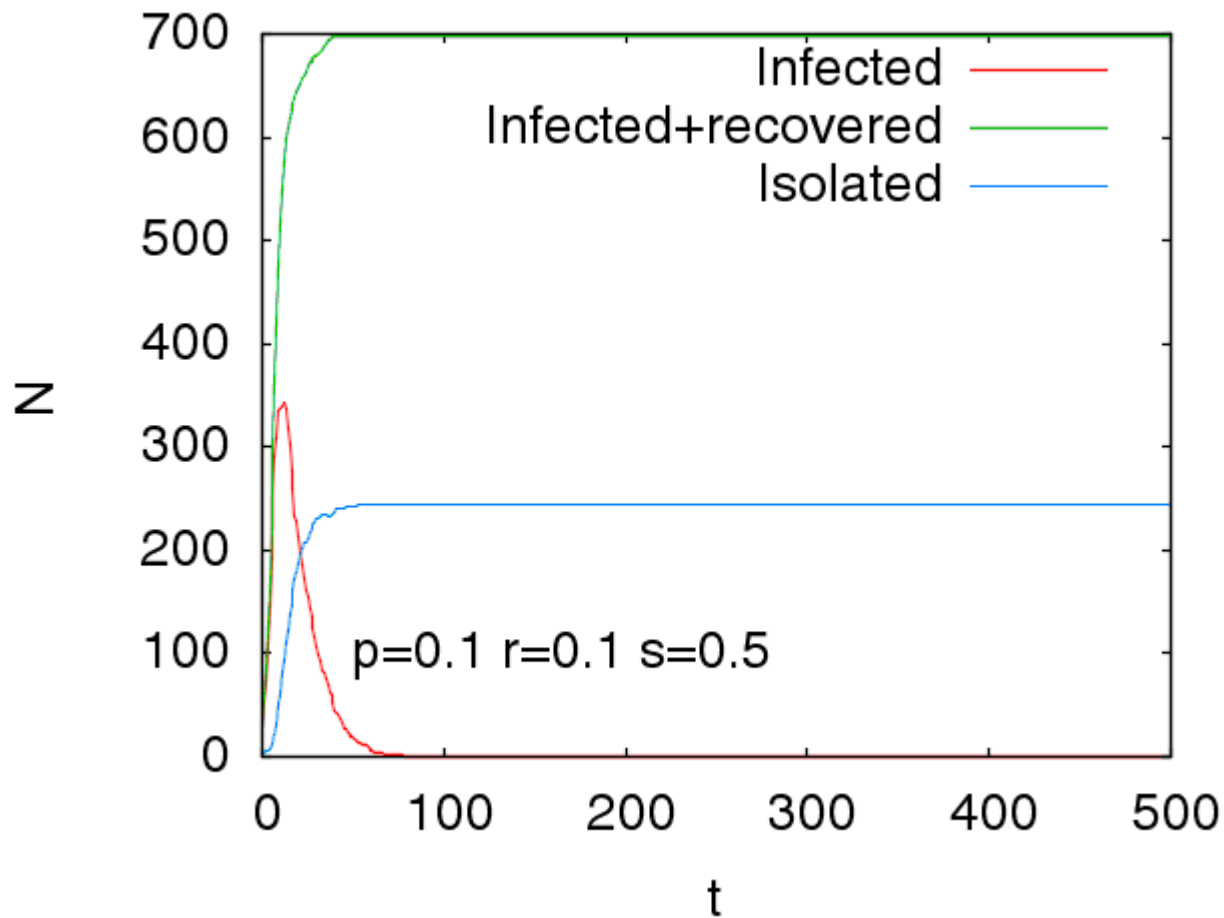


# パンデミック状態





# 隔離を適切に実施すると



## ○ Scale-free ネットワークでは

- 伝染病への閾値がない→必ず、全体に広がってしまう。
- 伝染病への広がりを抑えるには、ネットワークの構造を変える
  - 適切にワクチン接種で、対抗する

## ○ ネットワークの脆弱性・冗長性

- ランダムな攻撃には強い
- 次数の大きな頂点を狙った攻撃に弱い

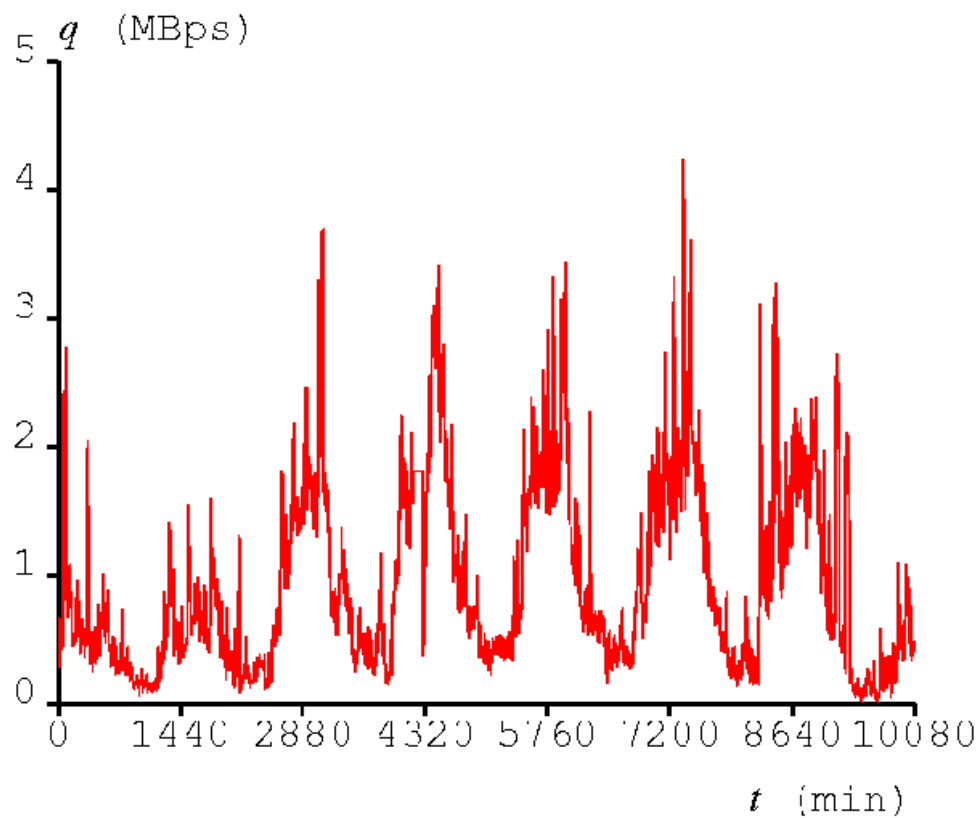


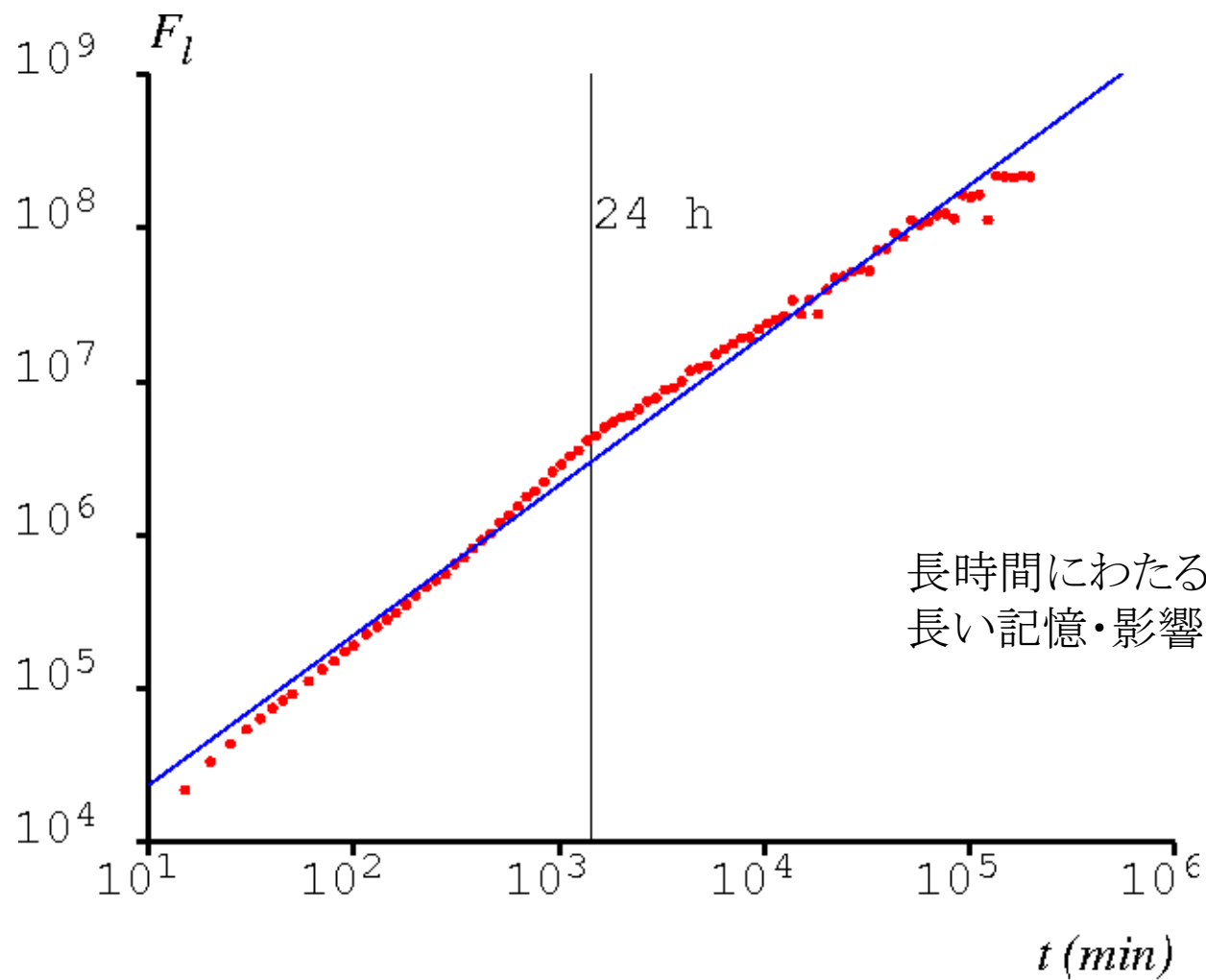
# ネットワーク上の流れ

- 高速道路の車の流れ
  - その場所の性質で決まるもの
  - 高速道路網の性質を反映しているもの
- インターネットの情報の流れ



# インターネット上のパケット流





長時間にわたるべき則相関  
長い記憶・影響



## 良くわかっていない

- パケット流に現れる  $1/f$  的ゆらぎ
  - ネットワークの構造に由来するのか
  - インターネットが持っている様々な機構によるのか
- 人間の活動が  $1/f$  的なのか
  - 仕事が溜まる
  - ある仕事の遅れが他の仕事の遅れを誘発

