



# グラフの探索2

## EULER閉路とHAMILTON閉路

# グラフ探索

- Euler閉路の探索
  - 全ての弧を一度ずつ経由する閉路
  - 「一筆描き」
- Hamilton閉路の探索
  - 全ての頂点を一度ずつ経由する閉路
- 閉路(circle, closed path)
  - 始点と終点の一致する道
- 一つだけ見つけるのではなく、列挙する

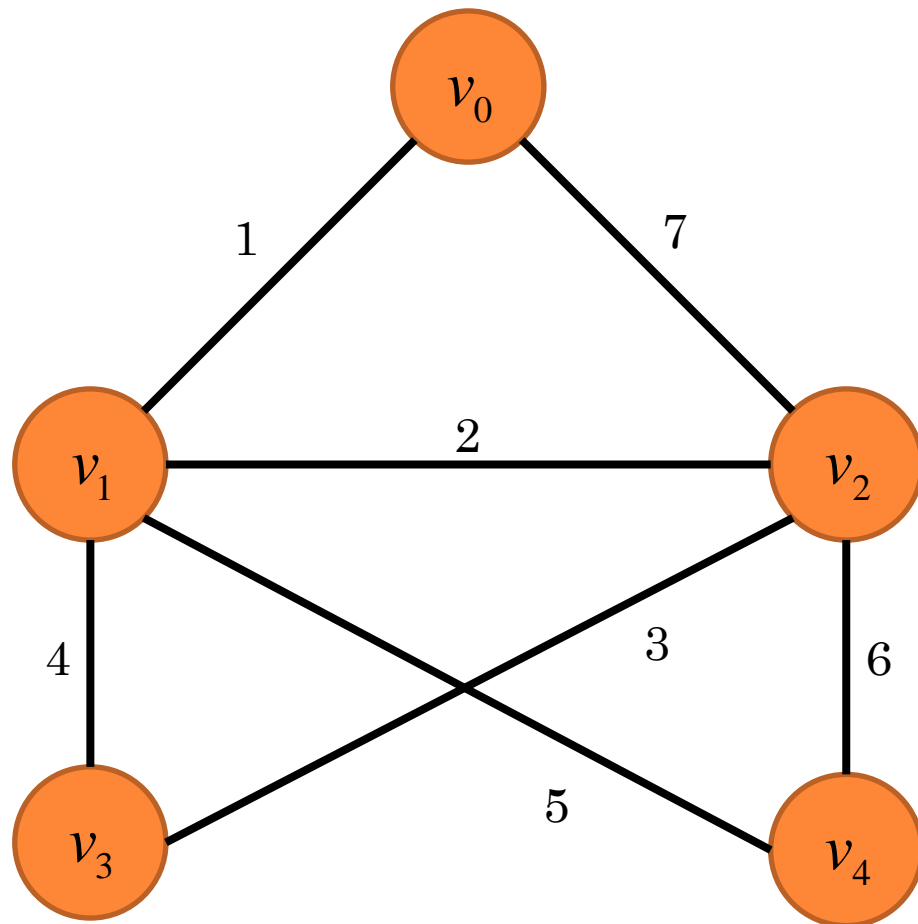


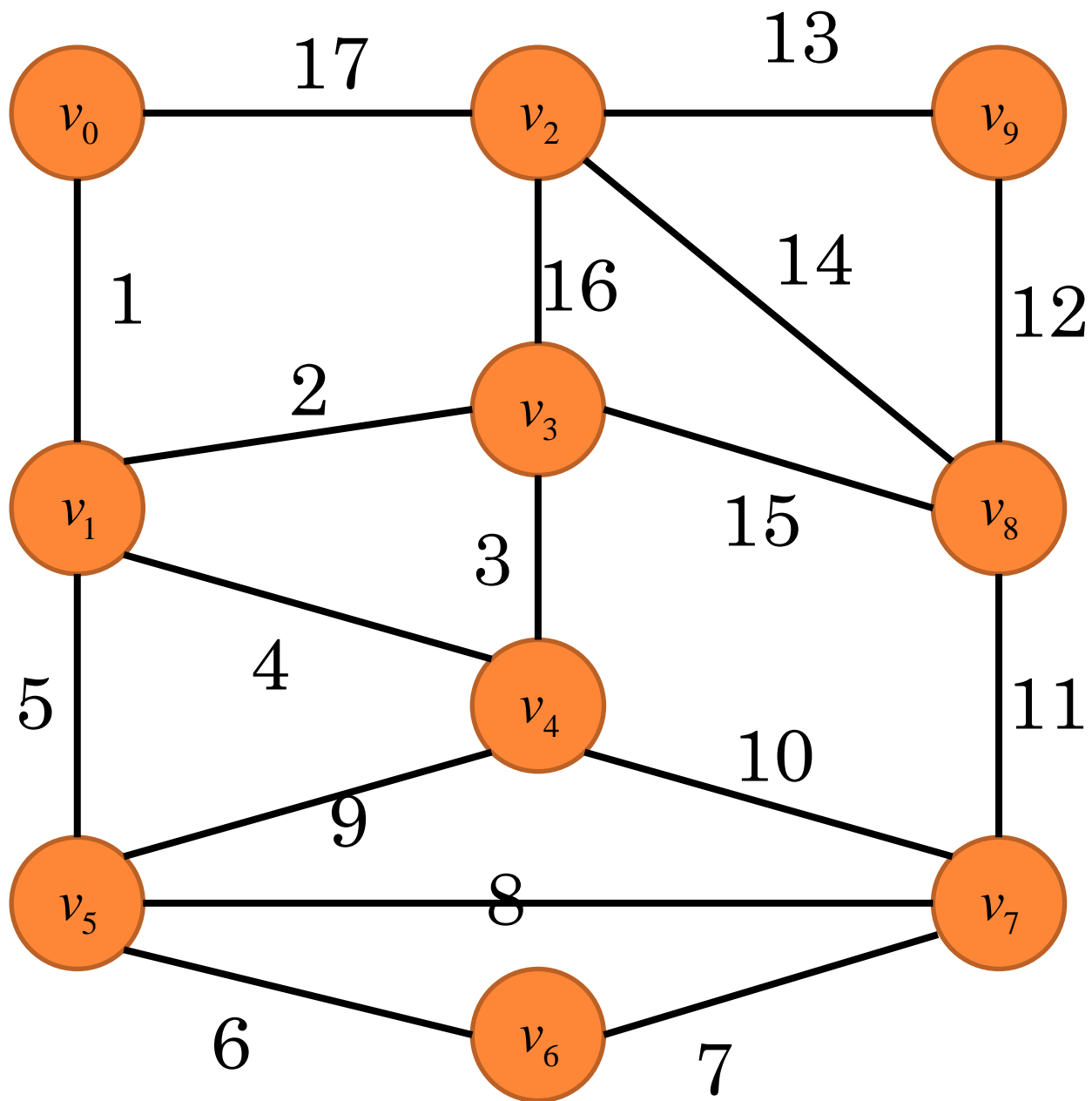
# EULER閉路(EULER CIRCLE)

- 一筆書き
- 無向グラフが対象
- 全ての弧を一度ずつ経由して始点に戻る道
- 全ての点の次数が偶数
  - 次数が奇数だったらどうなる？



# 簡単なEULER閉路の例





# EULER閉路の列挙アルゴリズム

```
search(v){
  if ((v == r) ^ (|A| == |AEuler|)) {save circle
    } else {
      forall (a ∈ δv) {
        if (a ∉ AEuler) {
          AEuler に a をアペンド
          w は a の反対の終端
          search (w)
          AEuler から a を削除
        }
      }
    }
  }
}
```

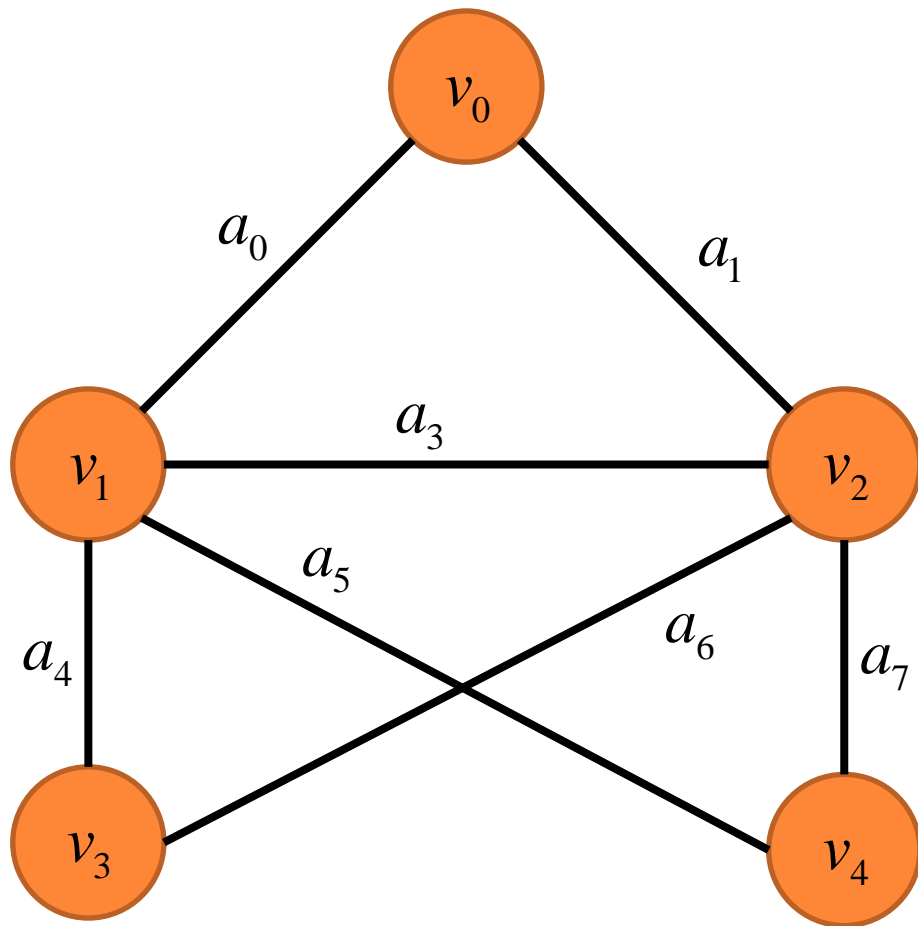
$A_{\text{Euler}}$  : 既に経由した弧の列

初期値は  $A_{\text{Euler}} = \emptyset$

$r$  : 始点

$|A|$  : 弧の数





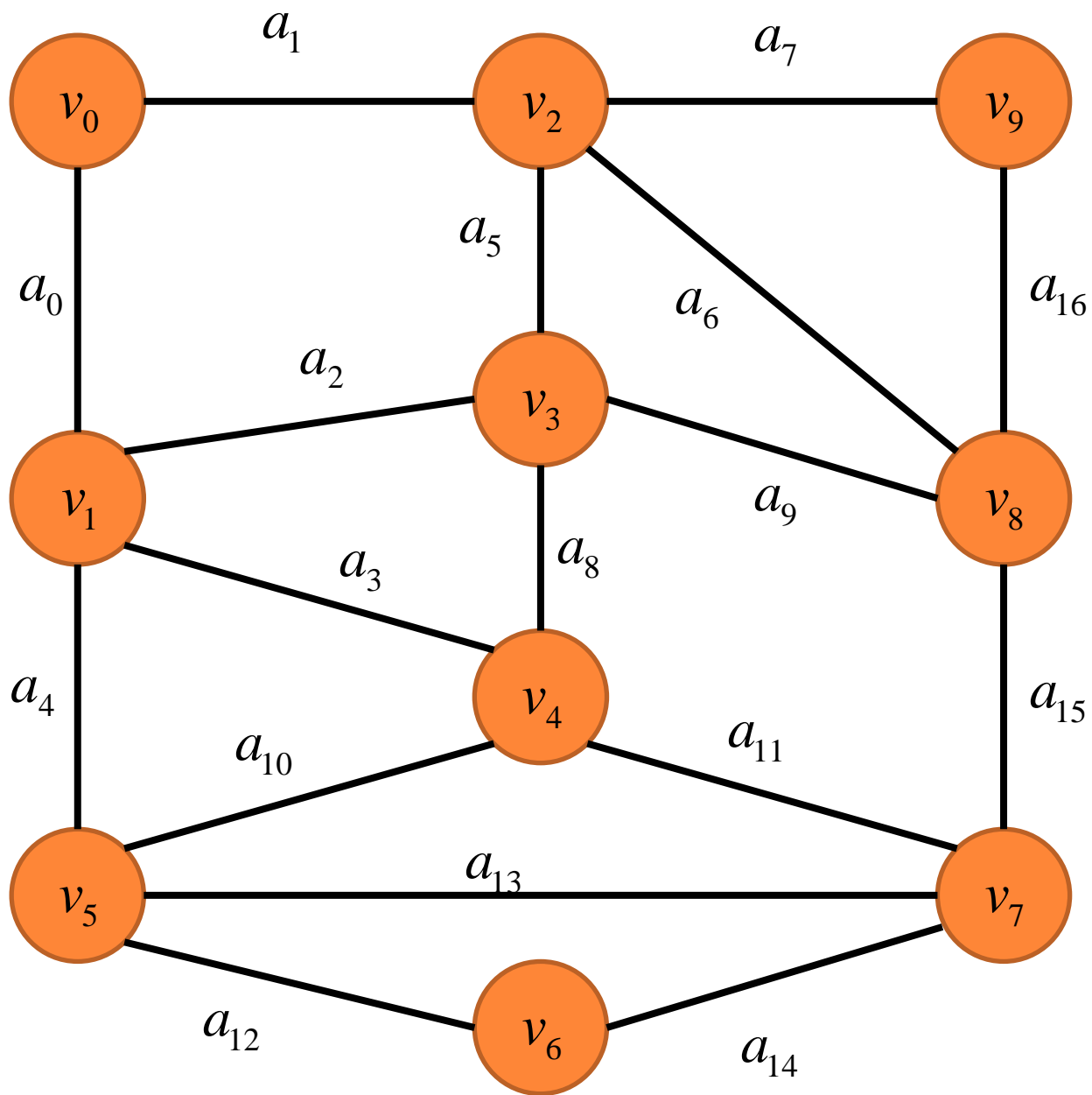
# 探索の経過

$a_0$	$a_3$	$a_1$					
		$a_6$	$a_4$	$a_5$	$a_7$	$a_1$	○
		$a_7$	$a_5$	$a_4$	$a_6$	$a_1$	○
	$a_4$	$a_6$	$a_1$				
			$a_3$	$a_5$	$a_7$	$a_1$	○
			$a_7$	$a_5$	$a_3$	$a_1$	○
	$a_5$	$a_7$	$a_3$	$a_4$	$a_6$	$a_1$	○
			$a_6$	$a_4$	$a_3$	$a_1$	○

以下省略

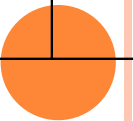






$a_0$	$a_2$	$a_5$	$a_1$													
			$a_6$	$a_9$	$a_8$	$a_3$	$a_4$	$a_{10}$	$a_{11}$	$a_{13}$	$a_{12}$	$a_{14}$	$a_{15}$	$a_{16}$	$a_7$	$a_1$
								$a_{12}$	$a_{14}$	$a_{13}$	$a_{10}$	$a_{11}$	$a_{15}$	$a_{16}$	$a_7$	$a_1$
						$a_{10}$	$a_4$	$a_3$	$a_{11}$	$a_{13}$	$a_{12}$	$a_{14}$	$a_{15}$	$a_{16}$	$a_7$	$a_1$
							$a_{12}$	$a_{14}$	$a_{11}$	$a_3$	$a_4$	$a_{13}$	$a_{15}$	$a_{16}$	$a_7$	$a_1$
								$a_{13}$	$a_4$	$a_3$	$a_{11}$	$a_{15}$	$a_{16}$	$a_7$	$a_1$	
								$a_{15}$	$a_{16}$	$a_7$	$a_1$					
							$a_{13}$	$a_{11}$	$a_3$	$a_4$	$a_{12}$	$a_{14}$	$a_{15}$	$a_{16}$	$a_7$	$a_1$
								$a_{14}$	$a_{12}$	$a_4$	$a_3$	$a_{11}$	$a_{15}$	$a_{16}$	$a_7$	$a_1$
						$a_{11}$	$a_{13}$	$a_4$	$a_3$	$a_{10}$	$a_{12}$	$a_{14}$	$a_{15}$	$a_{16}$	$a_7$	$a_1$
								$a_{10}$	$a_3$	$a_4$	$a_{12}$	$a_{14}$	$a_{15}$	$a_{16}$	$a_7$	$a_1$
								$a_{12}$	$a_{14}$	$a_{15}$	$a_{16}$	$a_7$	$a_1$			
							$a_{14}$	$a_{12}$	$a_4$	$a_3$	$a_{10}$	$a_{13}$	$a_{15}$	$a_{14}$	$a_{12}$	$a_4$
								$a_{10}$	$a_3$	$a_4$	$a_{13}$	$a_{15}$	$a_{14}$	$a_{12}$	$a_4$	
								$a_{13}$	$a_{15}$	$a_{16}$	$a_7$	$a_1$				
							$a_{15}$	$a_{16}$	$a_7$	$a_1$						

以下省略



# HAMILTON 閉路

- 無向グラフが対象
- 全ての点を一度ずつ経由して始点に戻る道
- 巡回セールスマン問題の厳密解を得る際に必要



# HAMILTON閉路の列挙アルゴリズム

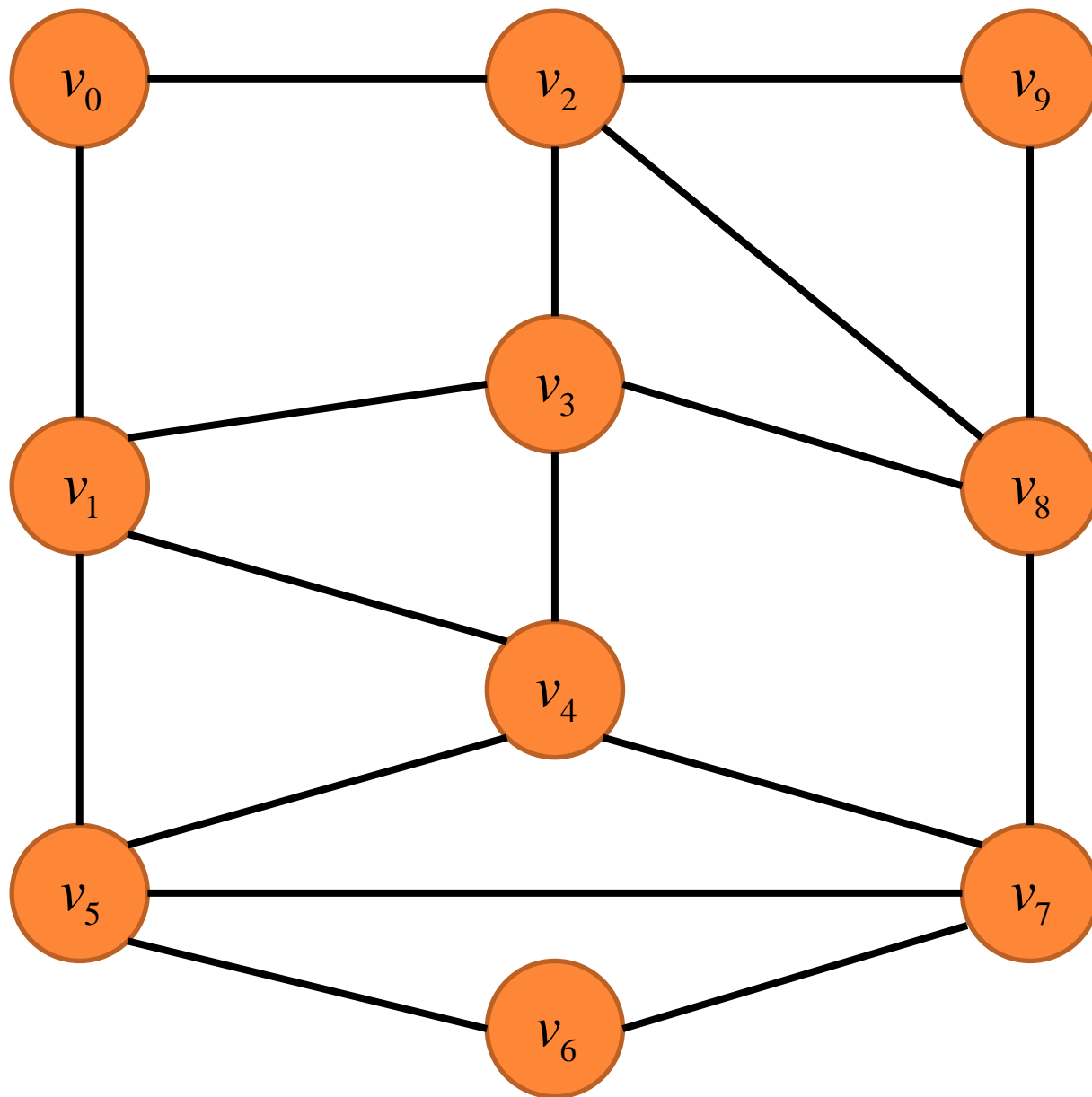
```
search (v) {  
  forall (a ∈ δv) {  
    wはaの反対の終端  
  
    if ((w == r) ∧ (|L| == |V|)) { save circle }  
  
    else {  
      if (w ∉ L) {  
        Lにwを追加  
        search (w)  
        Lからwを削除  
      }  
    }  
  }  
}
```

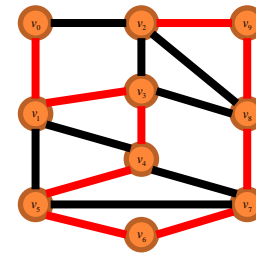
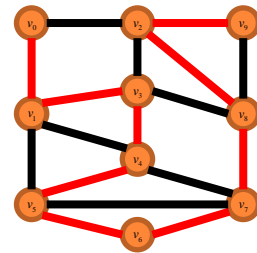
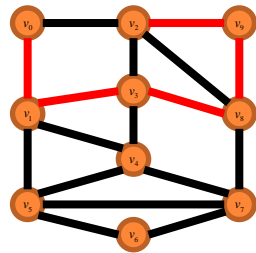
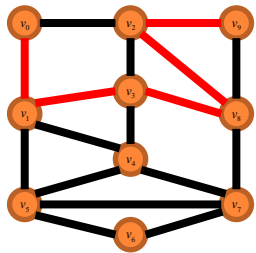
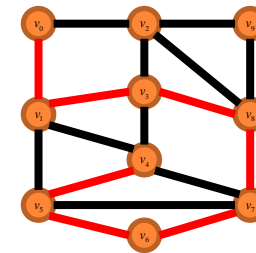
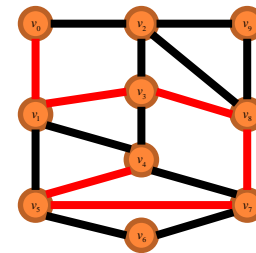
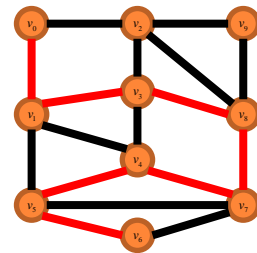
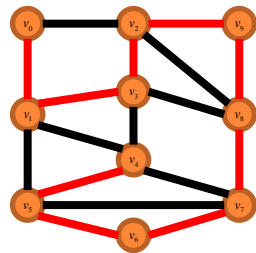
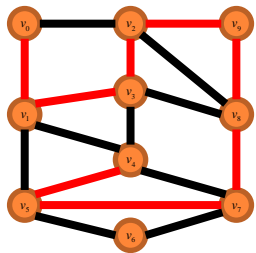
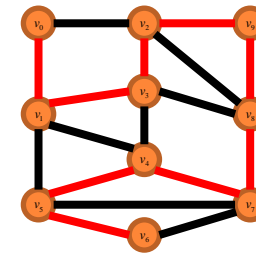
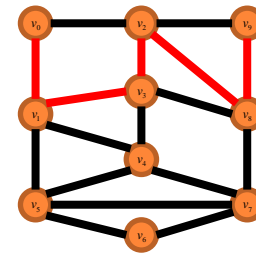
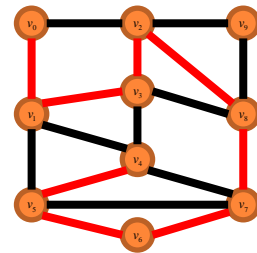
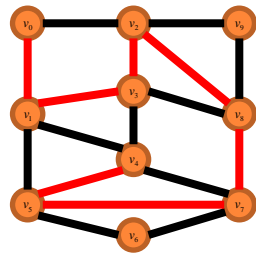
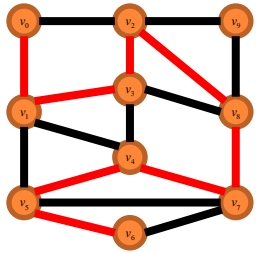
$L$  : 既に経由した点の集合

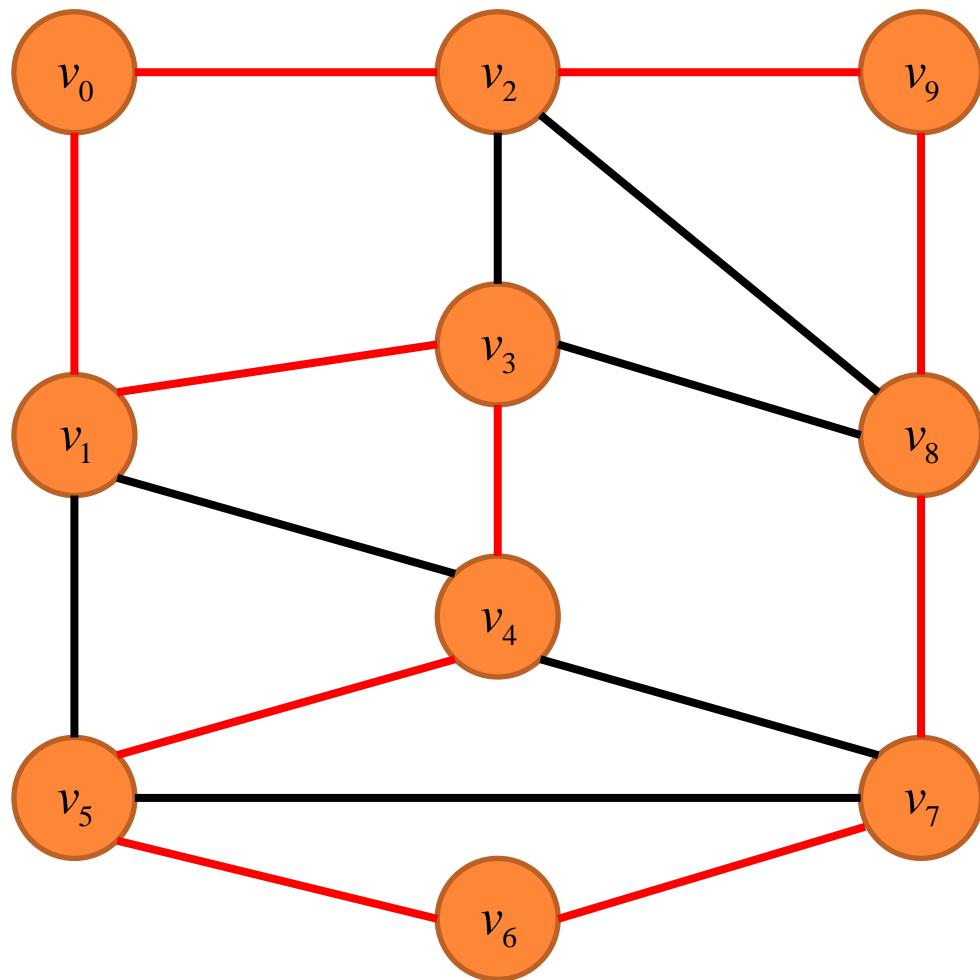
初期値 :  $L = \emptyset$

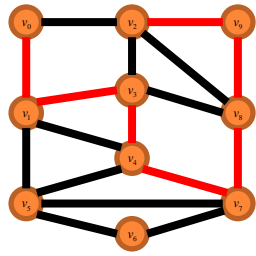
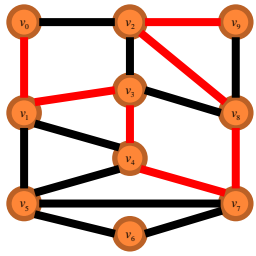
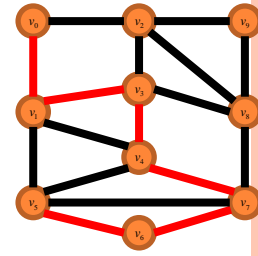
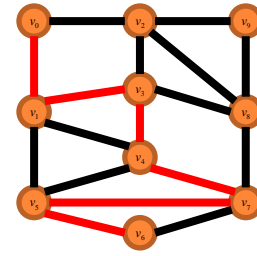
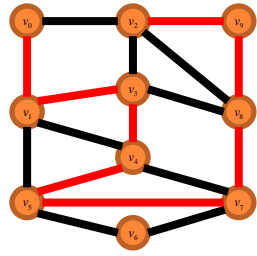
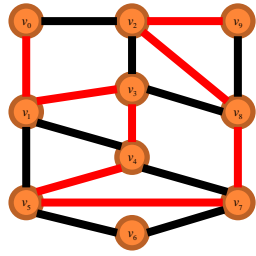
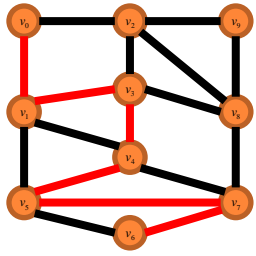
$r$  : 始点



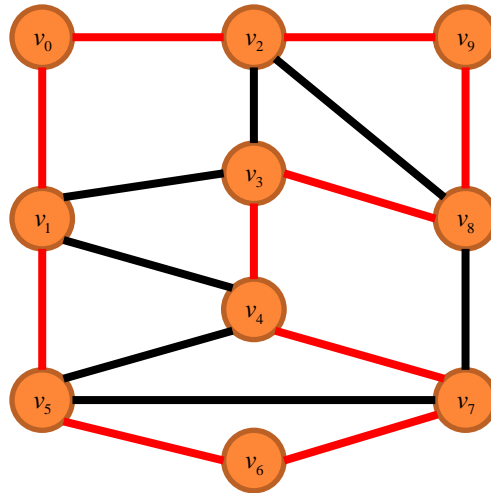








...



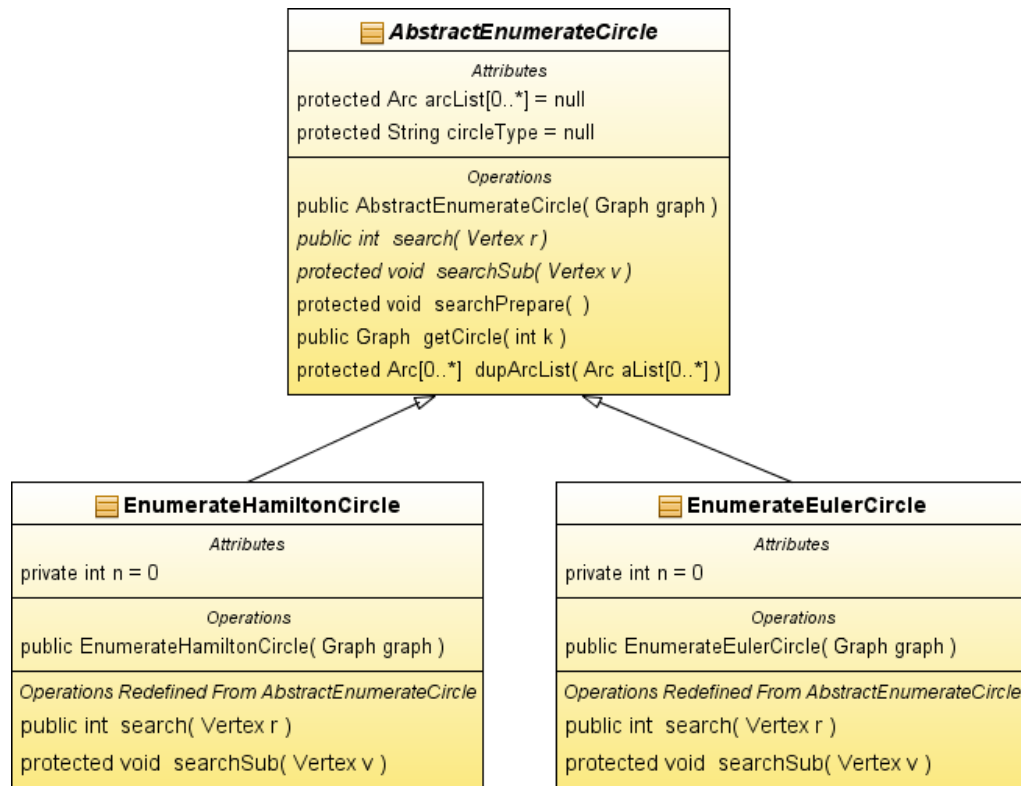


# JAVAプログラムへ

- アブストラクトクラス
  - AbstractEnumerateCircle
- Euler閉路の列挙
  - EnumerateEulerCircle
- Hamilton閉路の列挙
  - EnumerateHamiltonCircle



# クラスの関係



## ○ メソッドsearch

- 始点を指定して、探索を準備する。
- 探索結果(circle)を保存する準備
- circleに対応する頂点または弧のリストを準備
- 再帰的メソッドsearchSubを呼び出す
- 発見したcircleの数を返す



- メソッドsearchSub

- 再帰的メソッド

- メソッドgetCircle

- k番目のcircleを返す
- 指定されたcircleに対応する頂点または弧のリストからグラフを構成する



