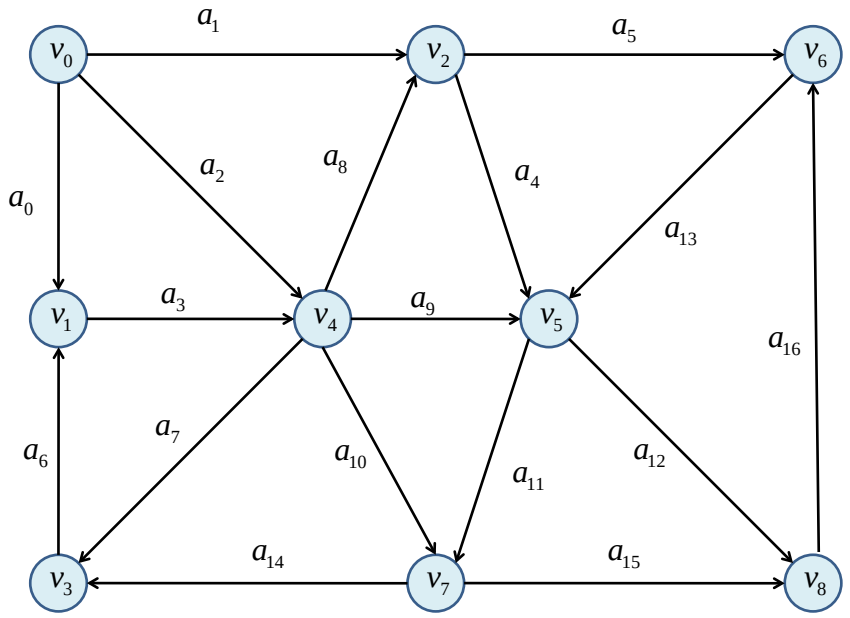
「グラフと組み合わせ」課題 11(解答例)

2012/6/24

1　最短経路

以下のグラフ $G=(V,A)$ の各弧の長さは全て 1 であるとする。この時、頂点 v_0 からの各頂点への最短距離は、幅優先探索を改良することで求めることができる。頂点 v への距離を $l(v)$ として、幅優先探索をどのように改良すべきかを示しなさい。また、その方法に基づき、各頂点への距離が決まる順序を示しなさい。



解答例

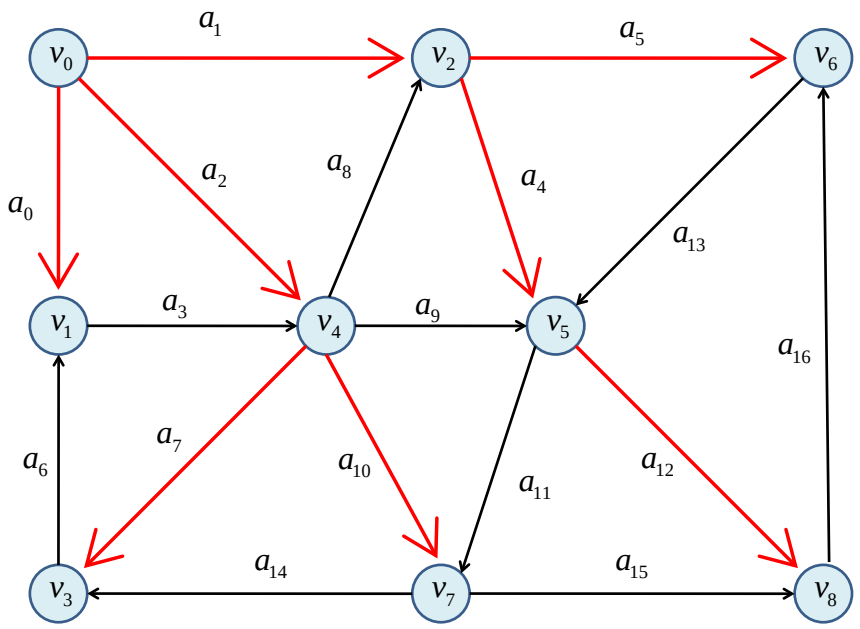
アルゴリズムを示す。これは、幅優先探索を実行しながら、各頂点への距離を求めるものである。

```
L = ∅
Q = {v_0}
l(v_0) = 0
while(Q ≠ ∅){
        v = Qの先頭の取り出し
        forall(a ∈ δ^+ v){
                w = ∂^- a
                if( w ∉ L && w ∉ Q ){
                        Qへwを追加
                        l(w) = l(v) + 1
                }
        }
        L ← L ∪ {v}
}
```

このアルゴリズムで、各頂点までの距離が定まる様子を示す。

$$l(v_0)=0$$
$$l(v_1)=l(v_0)+1=1$$
$$l(v_2)=l(v_0)+1=1$$
$$l(v_4)=l(v_0)+1=1$$
$$l(v_5)=l(v_2)+1=2$$
$$l(v_6)=l(v_2)+1=2$$
$$l(v_3)=l(v_4)+1=2$$
$$l(v_7)=l(v_4)+1=2$$
$$l(v_8)=l(v_5)+1=3$$

また、この探索によってできる探索木は以下のようになる。


v_0
v_1
v_2
v_3
v_4
v_5
v_6
v_7
v_8
a_0
a_1
a_2
a_3
a_4
a_5
a_6
a_7
a_8
a_9
a_{10}
a_{11}
a_{12}
a_{13}
a_{14}
a_{15}
a_{16}