グラフと組合せ

まとめ

数学的背景

- 集合とその演算
  - 集合の演算記号を理解していること
  - 注意:
    - 集合の差 $A \setminus B$
    - べき集合 2^A

- 数学的帰納法
  - 具体的に運用できること
  - 「・・・」を使わずに証明する

グラフの記述

- グラフ $G=(V,A)$
  - V ：頂点の集合
  - A ：弧の集合
  - 弧からのその始点と終点への写像

$$\partial^{+}: A \rightarrow V \quad \partial^{-}: A \rightarrow V$$

  - 頂点からそこを始点（終点）とする弧への写像

$$\delta^{+}: V \rightarrow 2^{A} \quad \delta^{-}: V \rightarrow 2^{A}$$

特殊なグラフ

- 完全グラフ (complete graphs)
- 二部グラフ (bipartite graphs)

- 道 (paths)
- 閉路 (circles)

- 木 (trees)

- 極大木 (spanning trees)

二つの探索アルゴリズム

- 深さ優先探索
  - 再帰的アルゴリズム
  - 注目している頂点
  - これまで探索を終えた頂点のリスト
- 幅優先探索
  - 探索すべき頂点の待ち行列
  - 再帰ではないことに注意

閉路探索

- Euler閉路
  - 一筆描き
  - 全ての弧を一度ずつ経由する閉路
- Hamilton閉路
  - 全ての頂点と一度ずつ経由する閉路

- 再帰的アルゴリズム
- 閉路を列挙する

ネットワーク

- 弧に重み (実数) が定義されている
  - 距離
  - 費用
- 最適化問題
  - 最小木
  - 最短経路

最小木

- 弧の重み の和が最小になる極大木

- Kruskalアルゴリズム
  - 重みの小さい弧を順に採用
  - 閉路ができないように
- Jarník-Primアルゴリズム
  - 始点を定める
  - 木に取り込まれた頂点とそれ以外の頂点を結ぶ弧のうち、最小の重みの弧を追加

最短経路

- 二つの頂点を結ぶ距離最小の有向道
- 始点を定め、全頂点への最短経路を求める

- Dijkstraアルゴリズム
  - $p: V \rightarrow R$ ：ポテンシャル関数
  - W ：ポテンシャルの確定した頂点の集合
  - U ：ポテンシャルを計算したが未確定の頂点の集合
  - $q: V \rightarrow V$ ：最短経路に沿った直前の頂点

最大フロー

- 弧に容量とフローが定義されている
- アルゴリズム

頂点 v_0 から頂点 v_d への最大流量

流量を初期化する

補助ネットワーク N_{A} を作る

while(N_{A} 中に v_0 から v_d への有効道がある**){**

　　　　有効道に沿った増分 d を求める

　　　　N_{A} を更新

}