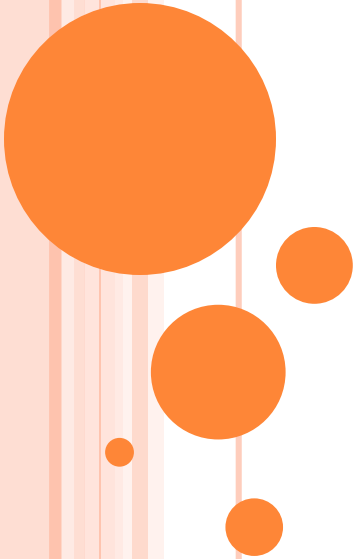
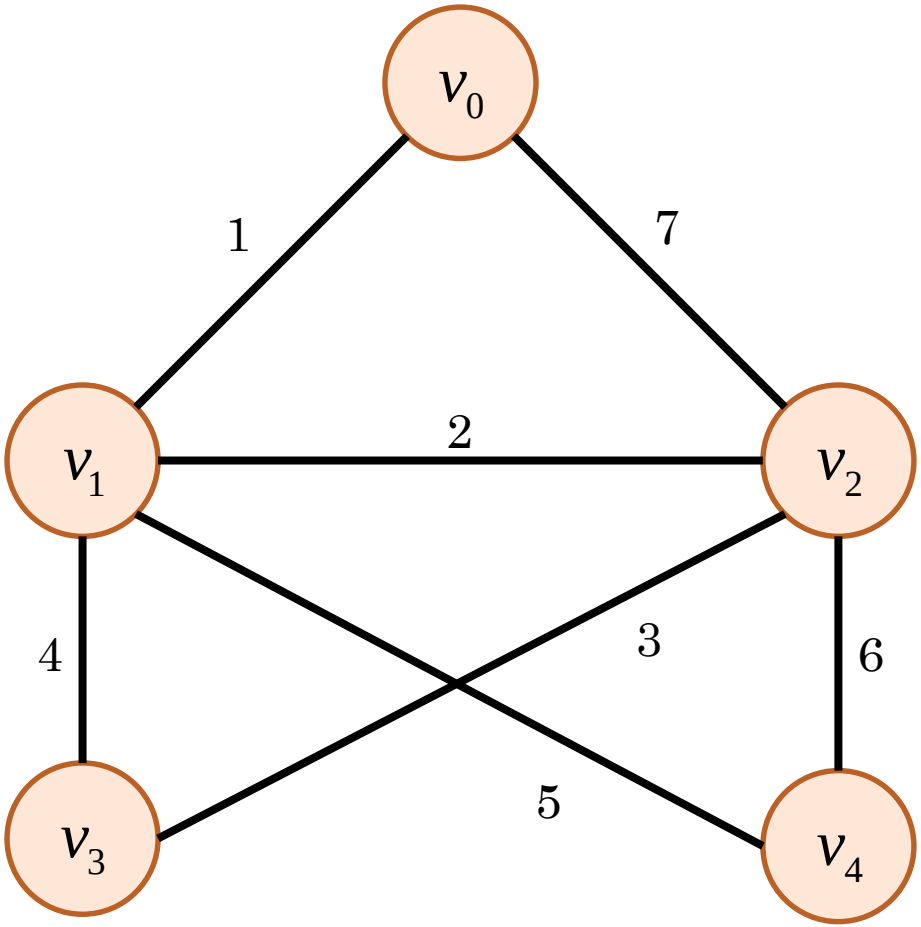


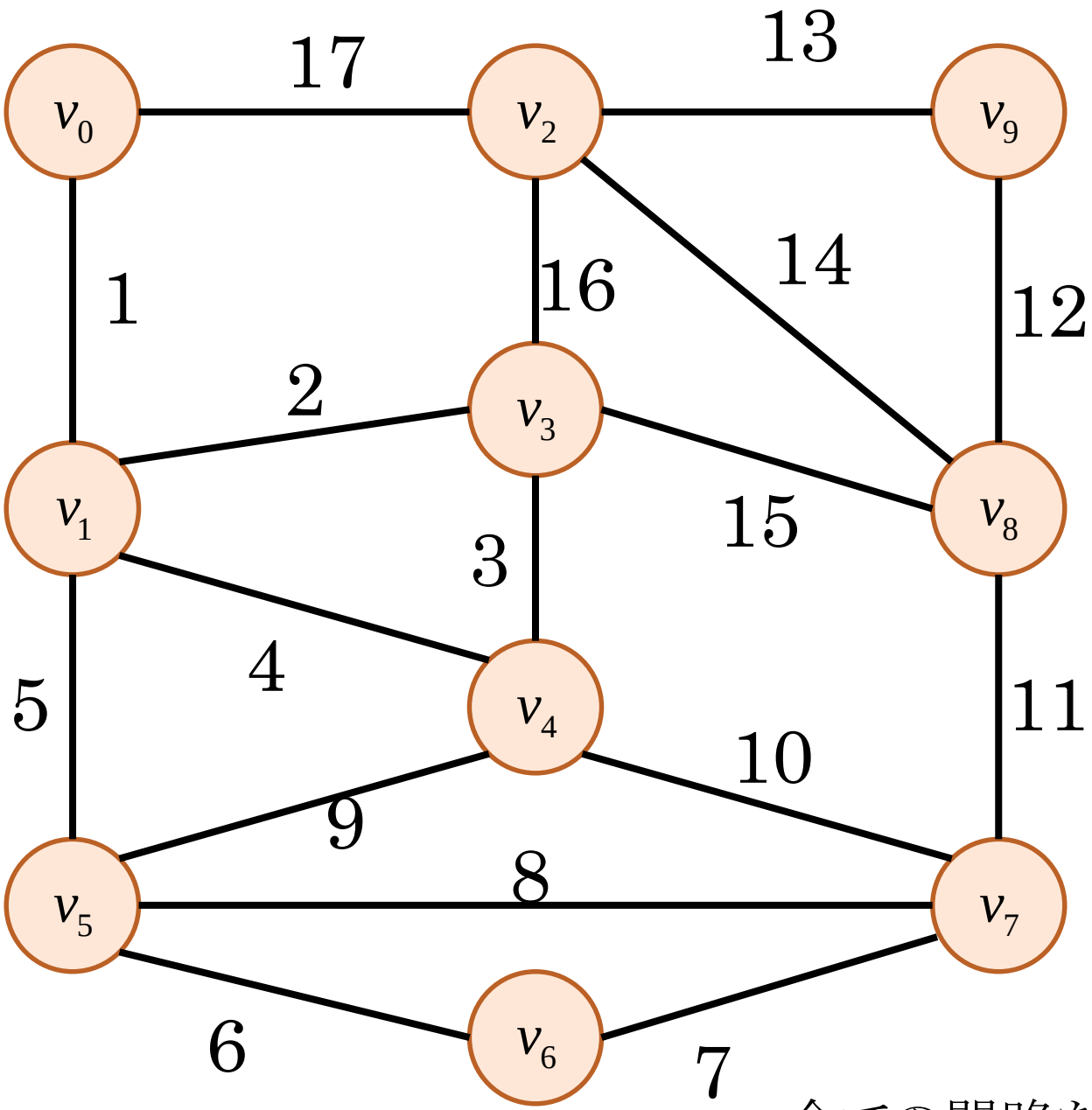
グラフの探索2
EULER閉路とHAMILTON閉路

Euler閉路(Euler Circle)

- 一筆書き
- 無向グラフが対象
- 全ての弧を一度ずつ経由して始点に戻る道
- 全ての点の次数が偶数
  - 次数が奇数だったらどうなる？

簡単なEULER閉路の例





全ての閉路を見つける方法は？

Euler閉路の列挙の方針

- 全てのEuler閉路を見つける

- 使用した弧の列を管理する
- 深さ優先で、一つの閉路を見つける
  - 使った弧の一覧を保持
- 分岐点まで戻って、他の閉路を見つける
  - 戻るたびに、対応する弧（一つの閉路の構成要素）を一覧から削除

- 上記を繰り返す

EULER閉路の列挙アルゴリズム

```
search(v){
    if ((v == r) ∧ (|A| == |A_Euler|)) {
        見つけた Euler 閉路を保存
    } else {
        forall (a ∈ δv) {
            if (a ∉ A_Euler) {
                A_Euler に a を追加
                w は a の反対の終端
                search (w)
                A_Euler から a を削除
            }
        }
    }
}
```

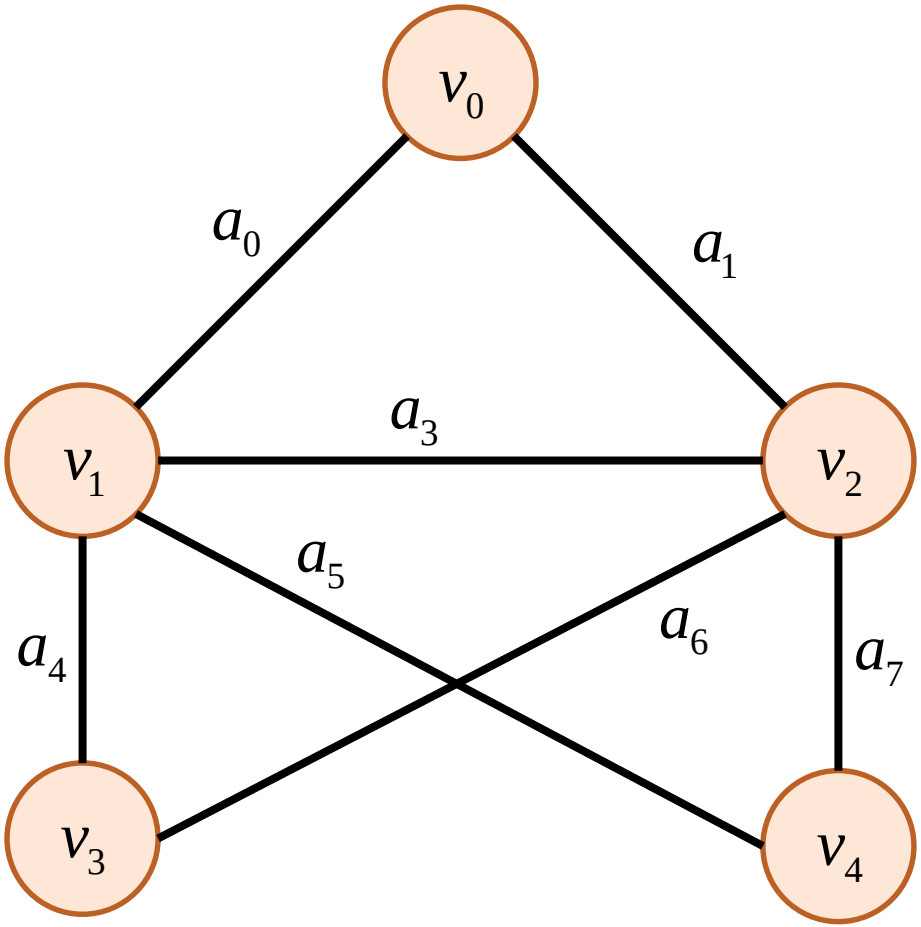
A_{Euler} ：既に経由した弧の列

初期値は $A_{\text{Euler}} = \varnothing$

r ：始点

$|A|$ ：弧の数

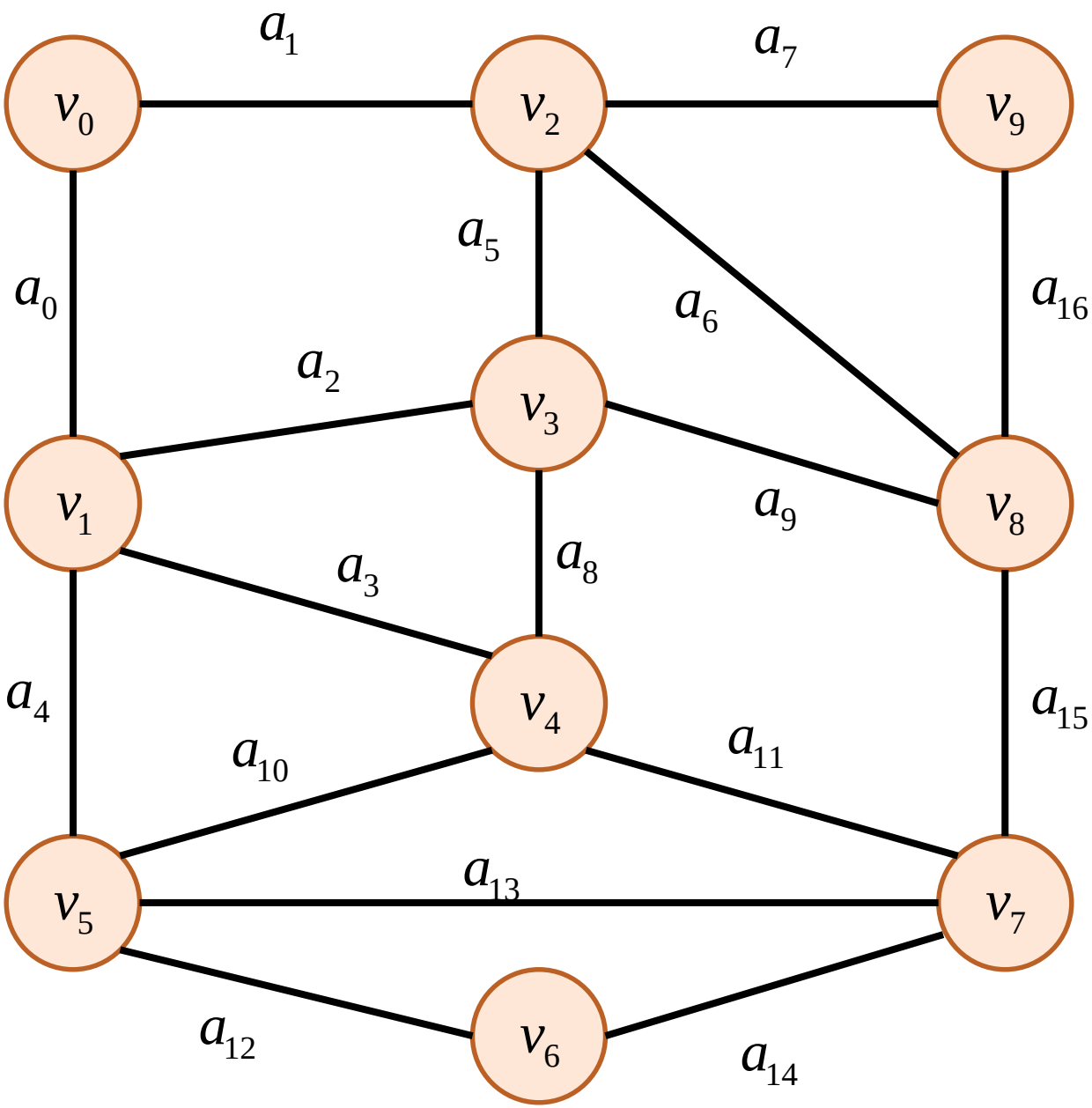
列挙の例



探索の経過

a_0	a_3	a_1	×				
		a_6	a_4	a_5	a_7	a_1	○
		a_7	a_5	a_4	a_6	a_1	○
	a_4	a_6	a_1	×			
			a_3	a_5	a_7	a_1	○
			a_7	a_5	a_3	a_1	○
	a_5	a_7	a_3	a_4	a_6	a_1	○
			a_6	a_4	a_3	a_1	○

以下省略


a_1
a_7
v_0
v_2
v_9
a_5
a_0
a_6
a_{16}
a_2
v_3
v_1
v_8
a_9
a_3
a_8
a_4
v_4
a_{15}
a_{10}
a_{11}
a_{13}
v_5
v_7
a_{12}
v_6
a_{14}

a_0	a_2	a_5	a_1	×												
			a_6	a_9	a_8	a_3	a_4	a_{10}	a_{11}	a_{13}	a_{12}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_7	a_1
								a_{12}	a_{14}	a_{13}	a_{10}	a_{11}	a_{15}	a_{16}	a_7	a_1
						a_{10}	a_4	a_3	a_{11}	a_{13}	a_{12}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_7	a_1
							a_{12}	a_{14}	a_{11}	a_3	a_4	a_{13}	a_{15}	a_{16}	a_7	a_1
									a_{13}	a_4	a_3	a_{11}	a_{15}	a_{16}	a_7	a_1
									a_{15}	a_{16}	a_7	a_1	×			
							a_{13}	a_{11}	a_3	a_4	a_{12}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_7	a_1
								a_{14}	a_{12}	a_4	a_3	a_{11}	a_{15}	a_{16}	a_7	a_1
						a_{11}	a_{13}	a_4	a_3	a_{10}	a_{12}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_7	a_1
								a_{10}	a_3	a_4	a_{12}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_7	a_1
							a_{12}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_7	a_1	×			
						a_{14}	a_{12}	a_4	a_3	a_{10}	a_{13}	a_{15}	a_{14}	a_{12}	a_4	
								a_{10}	a_3	a_4	a_{13}	a_{15}	a_{14}	a_{12}	a_4	
								a_{13}	a_{15}	a_{16}	a_7	a_1	×			
						a_{15}	a_{16}	a_7	a_1	×						

以下省略

Hamilton 閉路

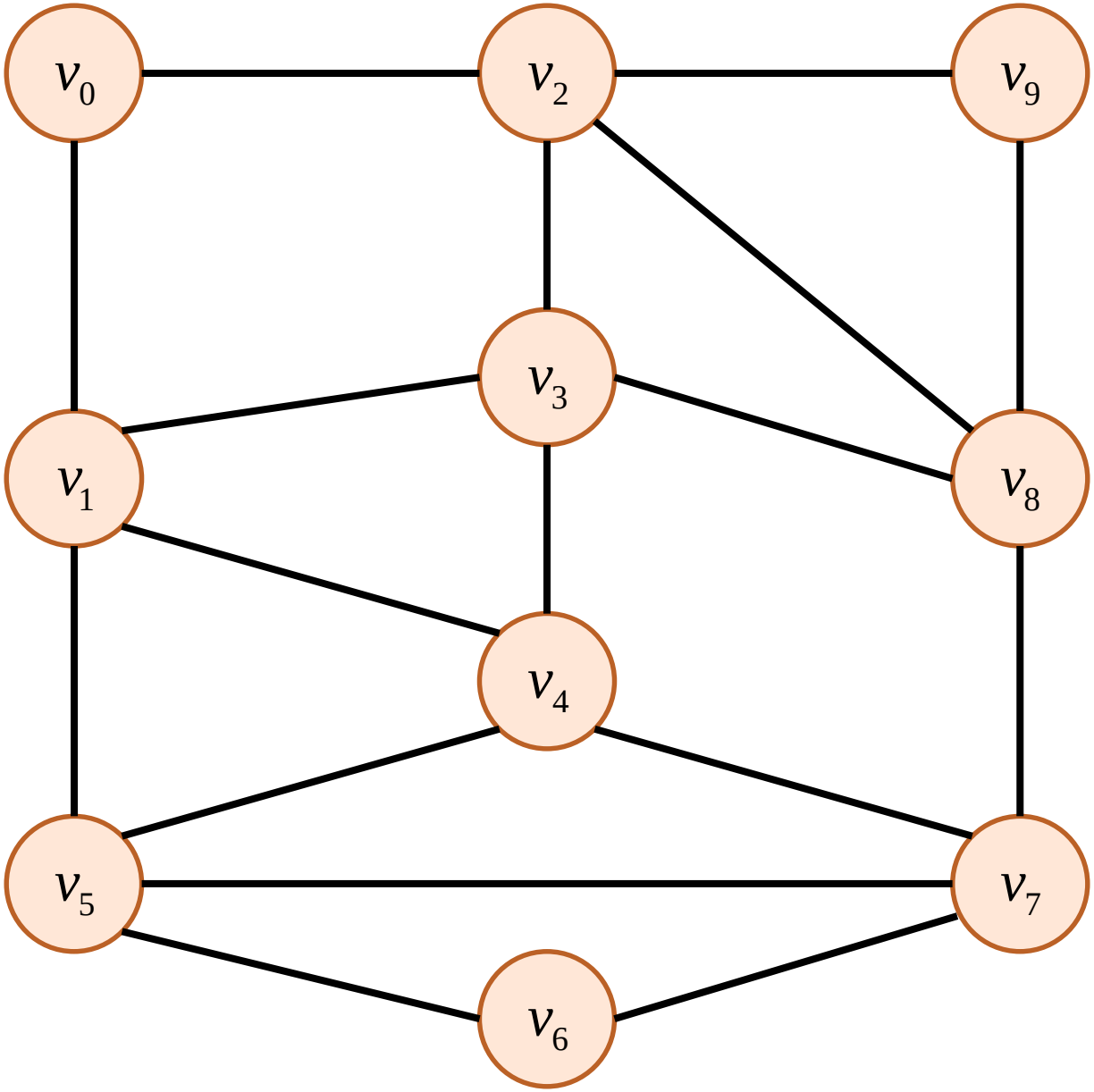
- 無向グラフが対象
- 全ての点を一度ずつ経由して始点に戻る道
- 巡回セールスマン問題の厳密解を得る際に必要

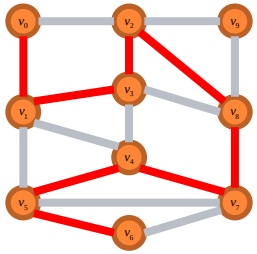
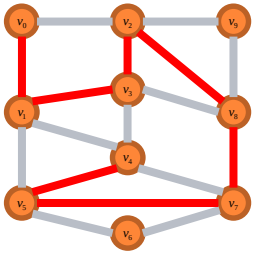
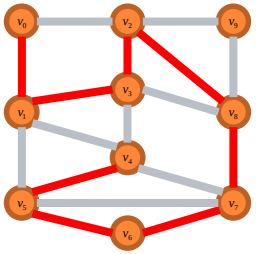
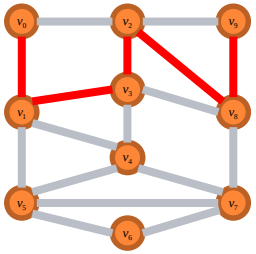
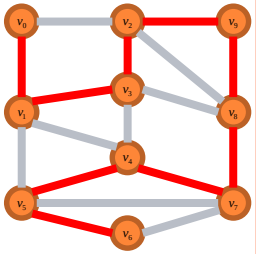
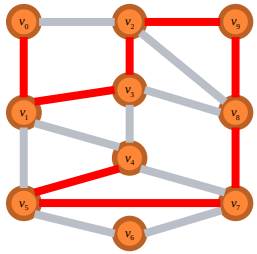
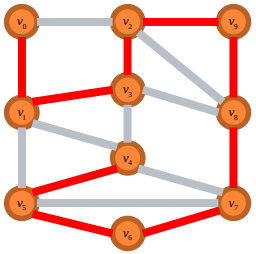
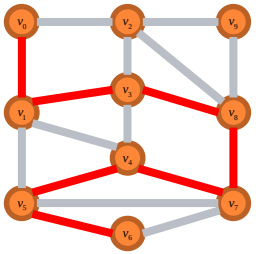
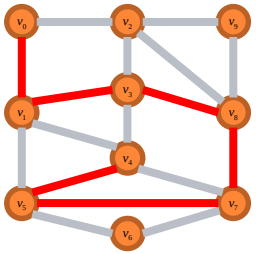
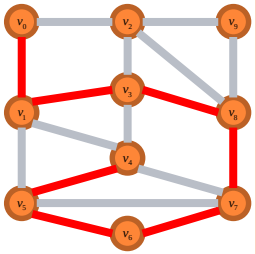
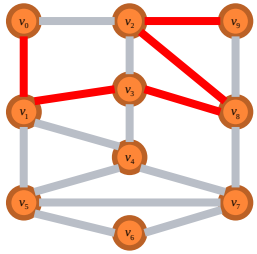
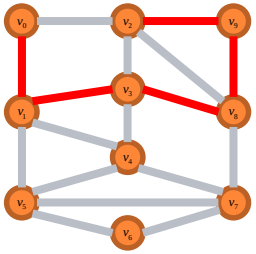
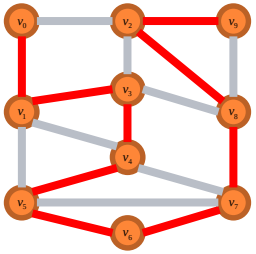
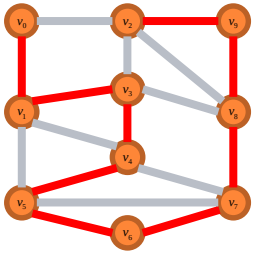
- 経由した頂点の列の管理が必要

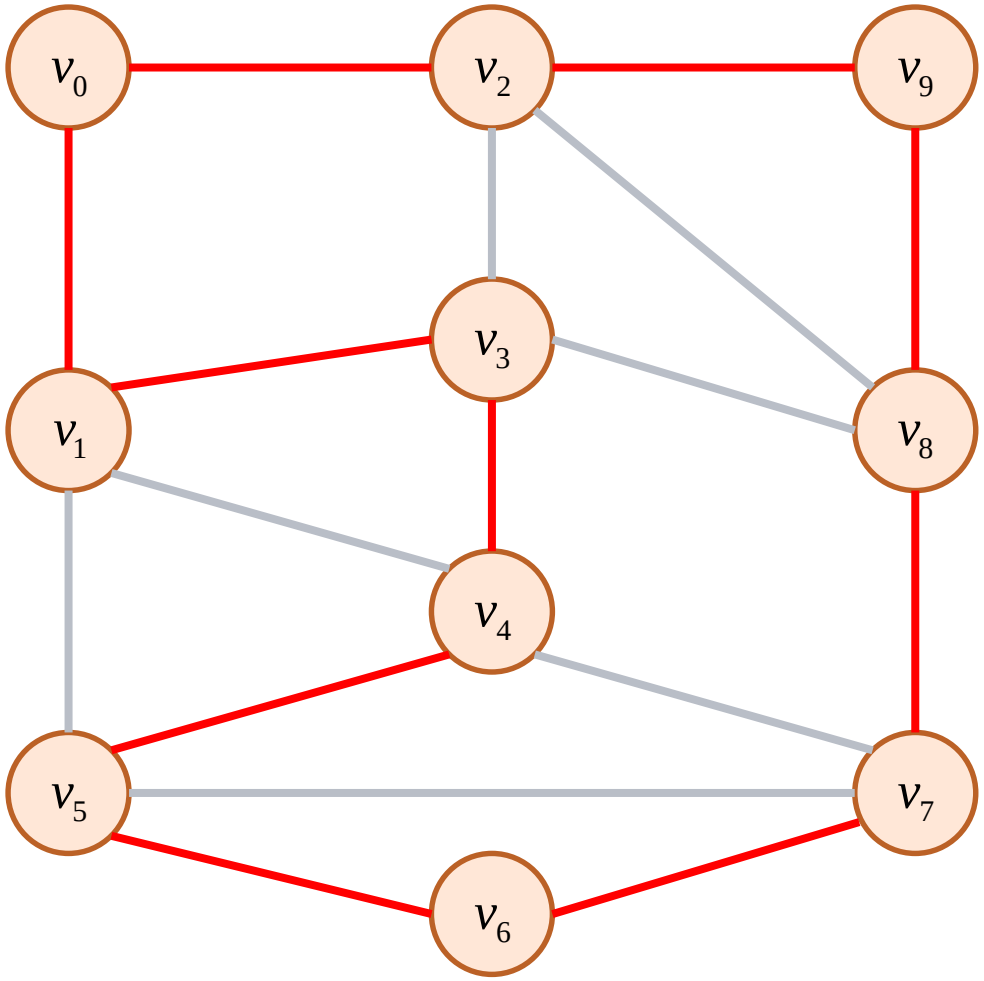
HAMILTON閉路の列挙アルゴリズム

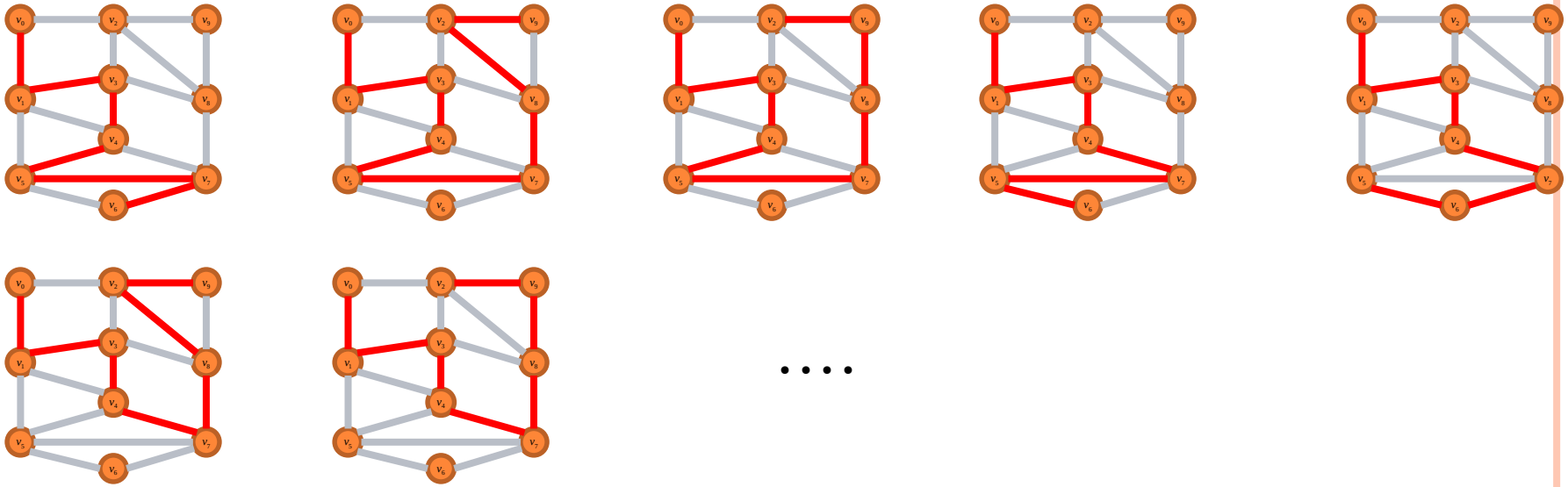
```
search (v) {
    forall (a ∈ δv) {
        w は a の反対の終端
        if ((w == r) ∧ (|L| == |V|)) { 見つけた Hamilton 閉路を保存 }
        else {
            if (w ∉ L) {
                L に w を追加
                search (w)
                L から w を削除
            }
        }
    }
}
```

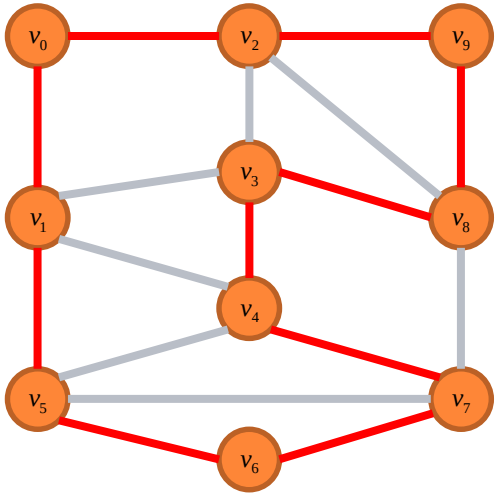
L ：既に経由した点の集合
　　初期値： $L = \varnothing$
r ：始点


v_0
v_2
v_9
v_3
v_1
v_8
v_4
v_5
v_7
v_6


v_0
v_2
v_9
v_3
v_1
v_8
v_4
v_5
v_7
v_6




v_0
v_2
v_9
v_3
v_1
v_8
v_4
v_5
v_7
v_6