グラフの探索

深さ優先探索と幅優先探索

2019年度

担当：只木進一（理工学部）

グラフ探索

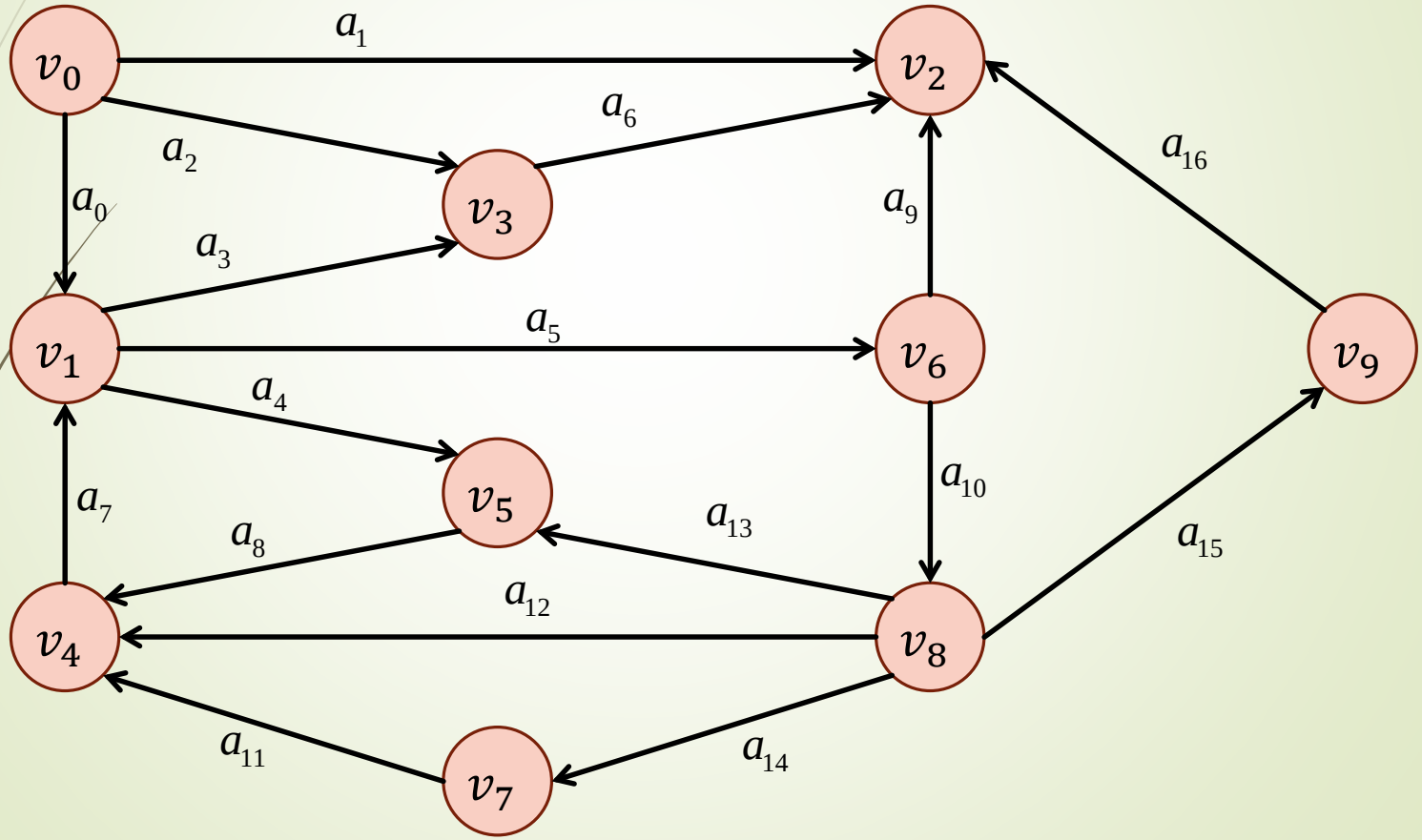
- 単純な探索
  - ある頂点に到達できるか
  - 到達できる頂点を列挙する
  - 二つのアルゴリズム
    - 深さ優先
    - 幅優先
- 単純でない探索：後述
  - 最小な木
  - 最短経路

深さ優先探索DFS (Depth-First Search)

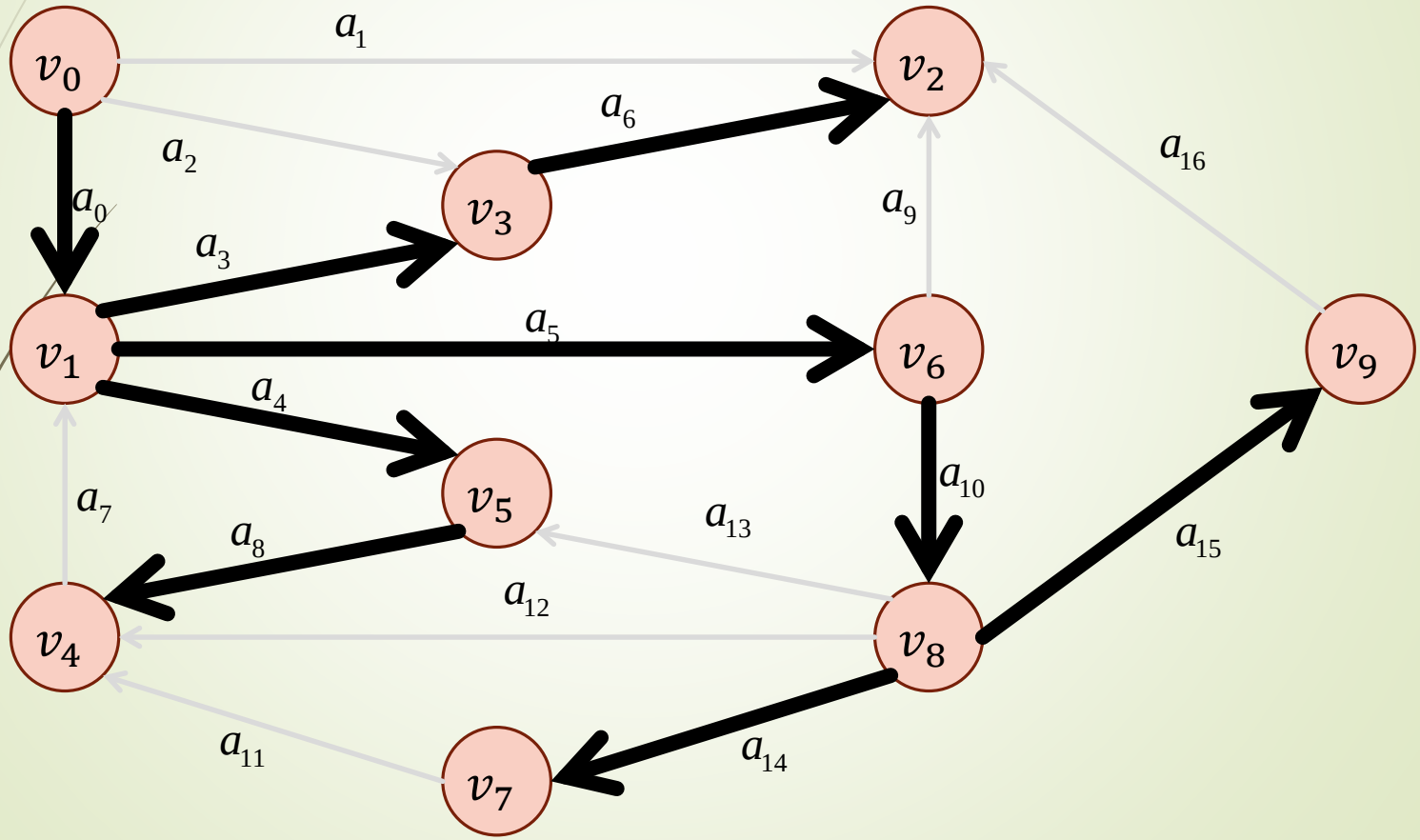
- 出発点を定める
- たどれる限り、弧をたどる
  - それ以上進めなくなるまで
  - 新たな点が無くなるまで
- 戻って、別の弧をたどる

- 結果としてできる木(spanning tree)は、深いものができる

深さ優先探索DFS (Depth-First Search)



結果


v_0
v_1
v_2
v_3
v_4
v_5
v_6
v_7
v_8
v_9
a_0
a_1
a_2
a_3
a_4
a_5
a_6
a_7
a_8
a_9
a_{10}
a_{11}
a_{12}
a_{13}
a_{14}
a_{15}
a_{16}

再帰的関数で表現

- L：既にチェックした点のリスト
- v：現在の頂点
- δ^+v：vを始点とする弧の集合

再帰的な探索

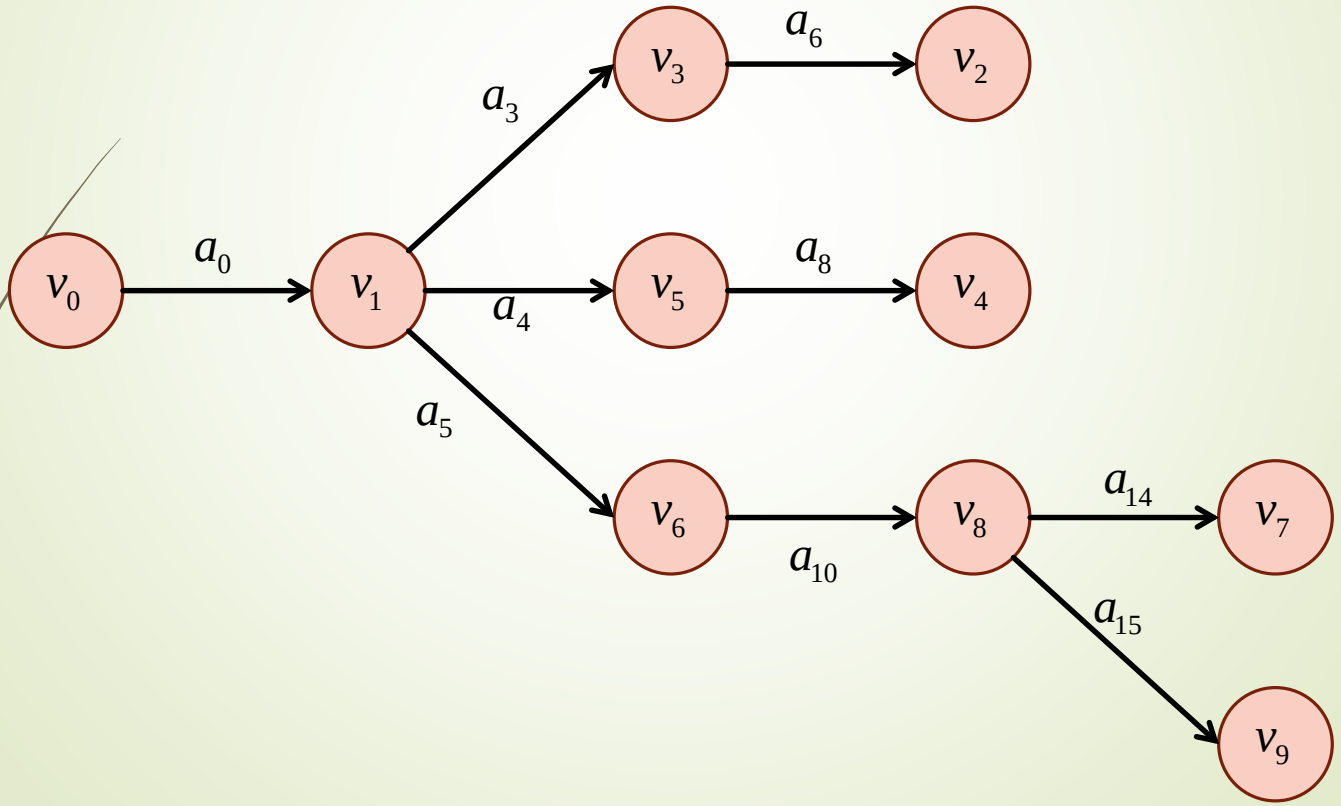
グラフを深い方向に探索

```
search(v, L) {
    //vから出る全ての弧
    forall( a ∈ δ⁺v ) {
        w = ∂⁻a //反対側
        if( w ∉ L ) {
            L ← L ∪ {w}
            search(w, L)
        }
    }
}
```

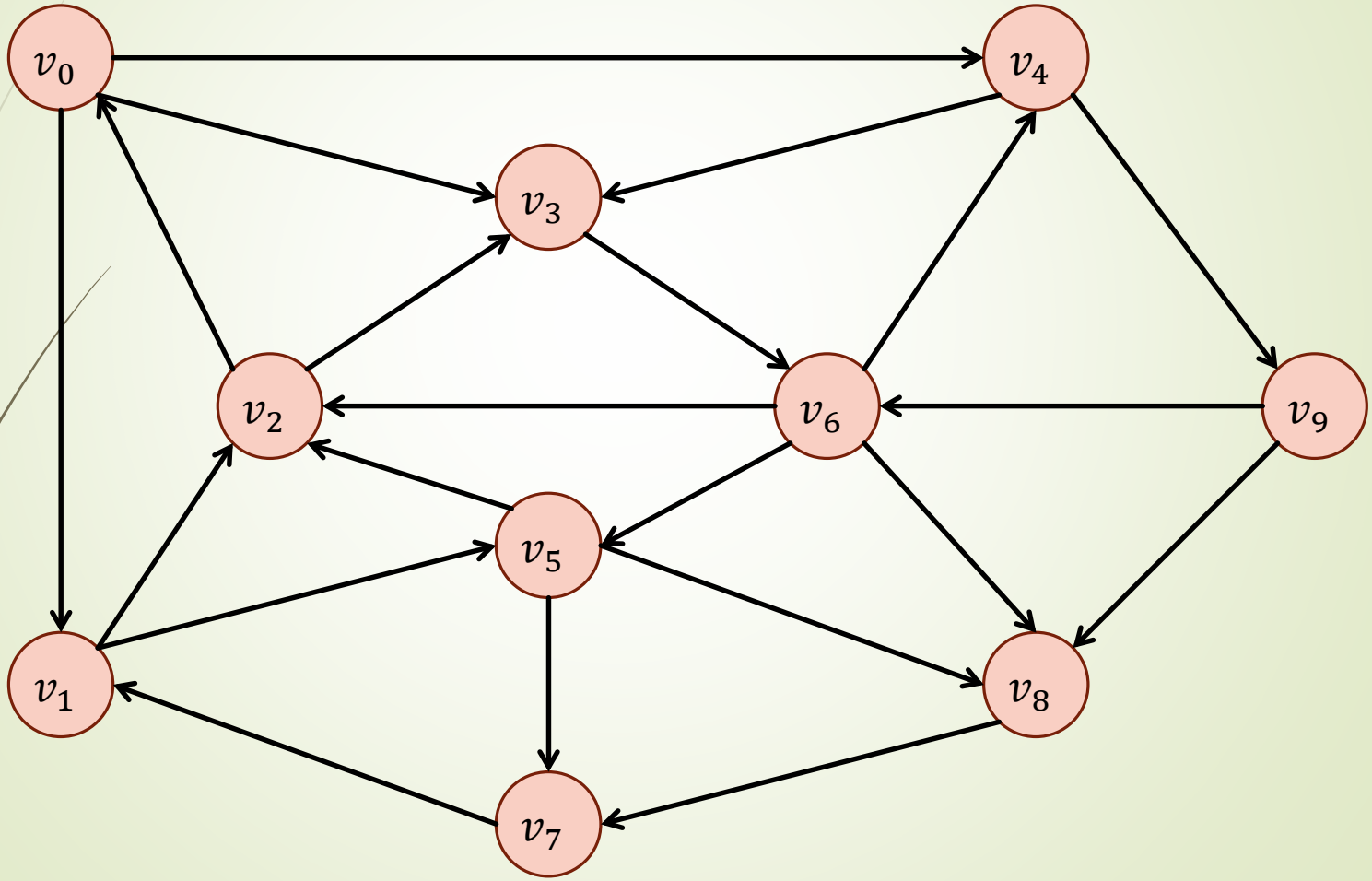
再帰呼び出しの様子

$$\left(v_0,\{v_0\}\right)\rightarrow\left(v_1,\{v_0,v_1\}\right)\rightarrow\left(v_3,\{v_0,v_1,v_3\}\right)\rightarrow\left(v_2,\{v_0,v_1,v_2,v_3\}\right)$$
$$\rightarrow\left(v_5,\{v_0,v_1,v_2,v_3,v_5\}\right)\rightarrow\left(v_4,\{v_0,v_1,v_2,v_3,v_4,v_5\}\right)$$
$$\rightarrow\left(v_6,\{v_0,v_1,v_2,v_3,v_4,v_5,v_6\}\right)\rightarrow\left(v_8,\{v_0,v_1,v_2,v_3,v_4,v_5,v_6,v_8\}\right)$$
$$\rightarrow\left(v_7,\{v_0,v_1,v_2,v_3,v_4,v_5,v_6,v_7,v_8\}\right)$$
$$\rightarrow\left(v_9,\{v_0,v_1,v_2,v_3,v_4,v_5,v_6,v_7,v_8,v_9\}\right)$$

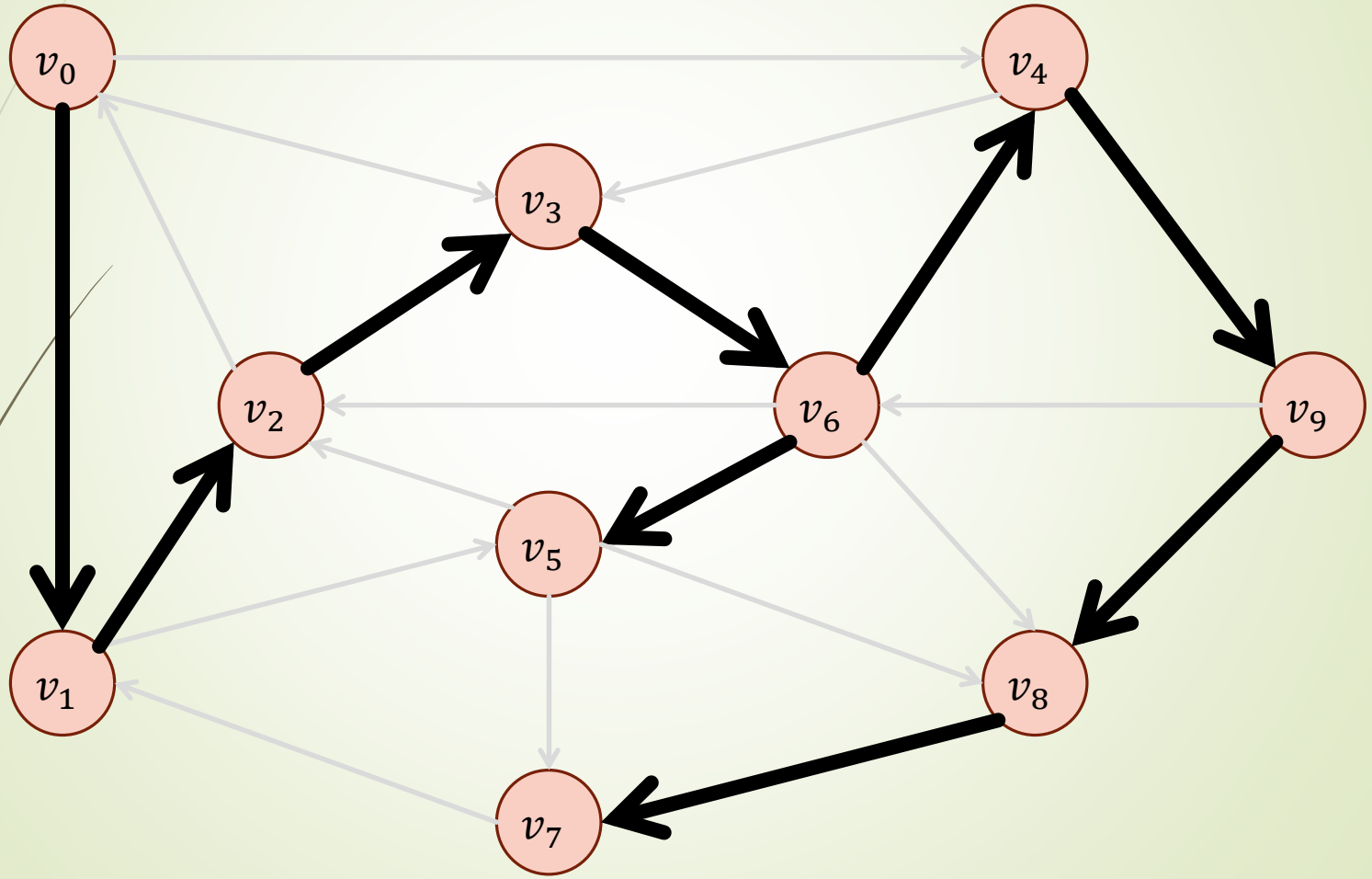
探索の様子(結果としてのspanning tree)



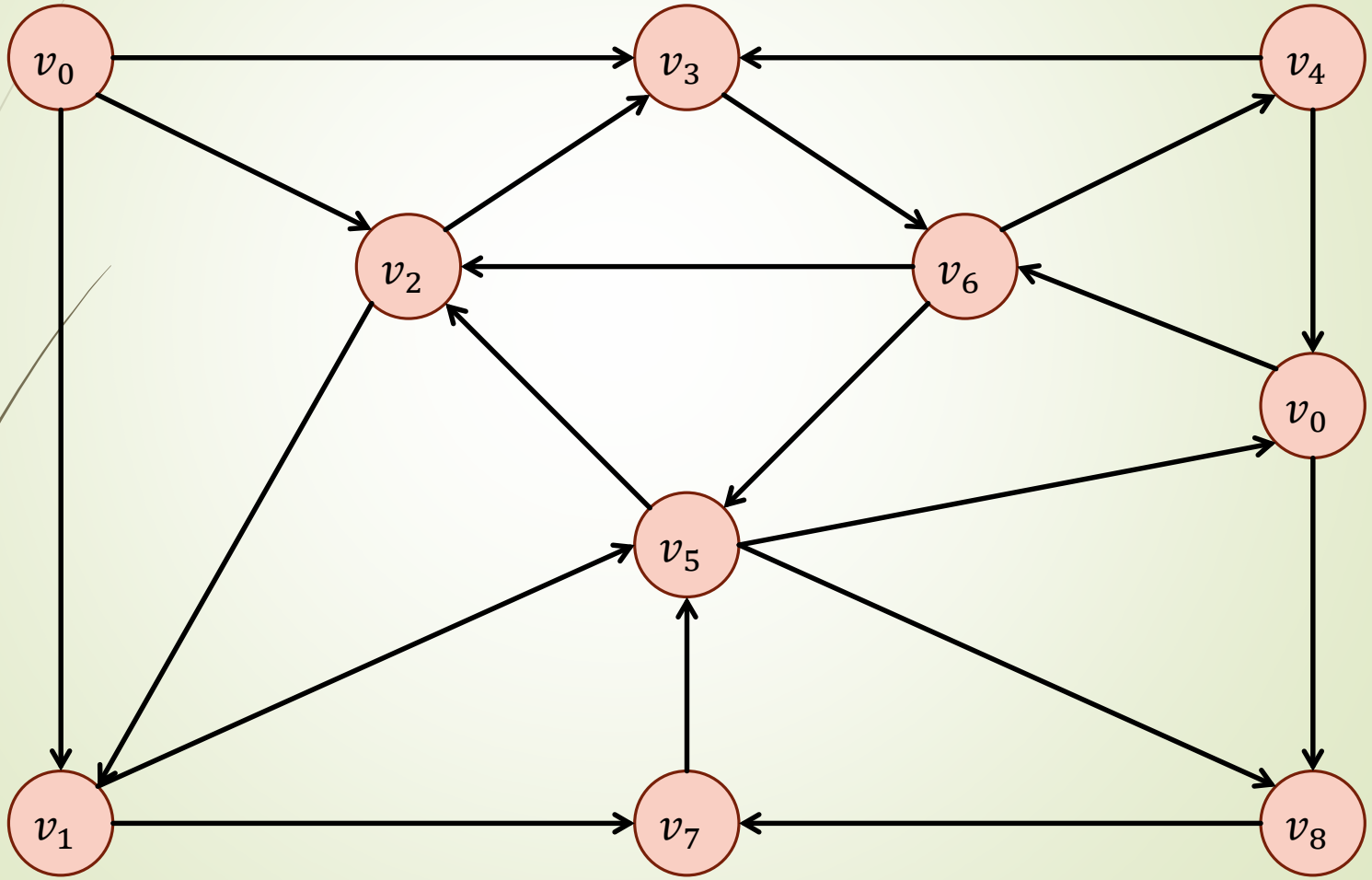
例2



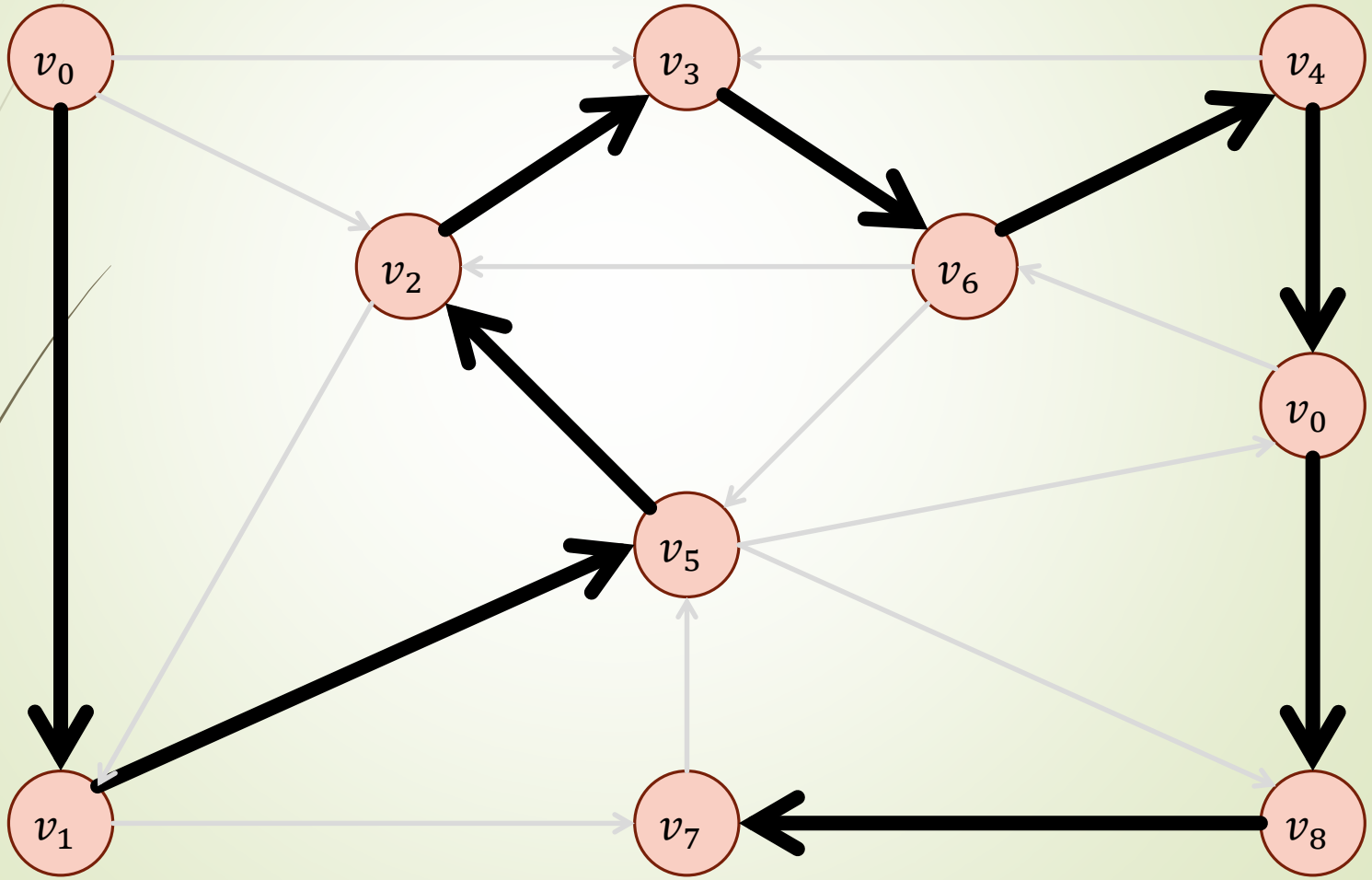
$$(v_0,\{v_0\})\to(v_1,\{v_0,v_1\})\to(v_2,\{v_0,v_1,v_2\})\to(v_3,\{v_0,v_1,v_2,v_3\})$$
$$\to(v_6,\{v_0,v_1,v_2,v_3,v_6\})\to(v_4,\{v_0,v_1,v_2,v_3,v_4,v_6\})\to(v_9,\{v_0,v_1,v_2,v_3,v_4,v_6,v_9\})$$
$$\to(v_8,\{v_0,v_1,v_2,v_3,v_4,v_6,v_8,v_9\})\to(v_7,\{v_0,v_1,v_2,v_3,v_4,v_6,v_7,v_8,v_9\})$$
$$\to(v_5,\{v_0,v_1,v_2,v_3,v_4,v_5,v_6,v_7,v_8,v_9\})$$



例3



例3：結果



非再帰的関数で表現

- ある頂点を始点とする弧を再帰的に辿る
→ある弧を辿る間、他の弧を辿ることを待機させる
- L：既にチェックした点のリスト
- v_0：探索の始点
- Q:後で探索すべき弧のスタック

$L = \{v_0\}$

$Q \longleftarrow \delta^+ v_0$//push

while(Q $\neq \emptyset$) {

  $a = Q.\mathrm{pop}()$

  $w = \partial^- a$

  if ($w \notin L$) {

    $L \leftarrow L \cup \{w\}$

    U:wとLの要素を結ぶ弧

    $Q \longleftarrow \delta^+ w \setminus U$

  }

}

例1の場合

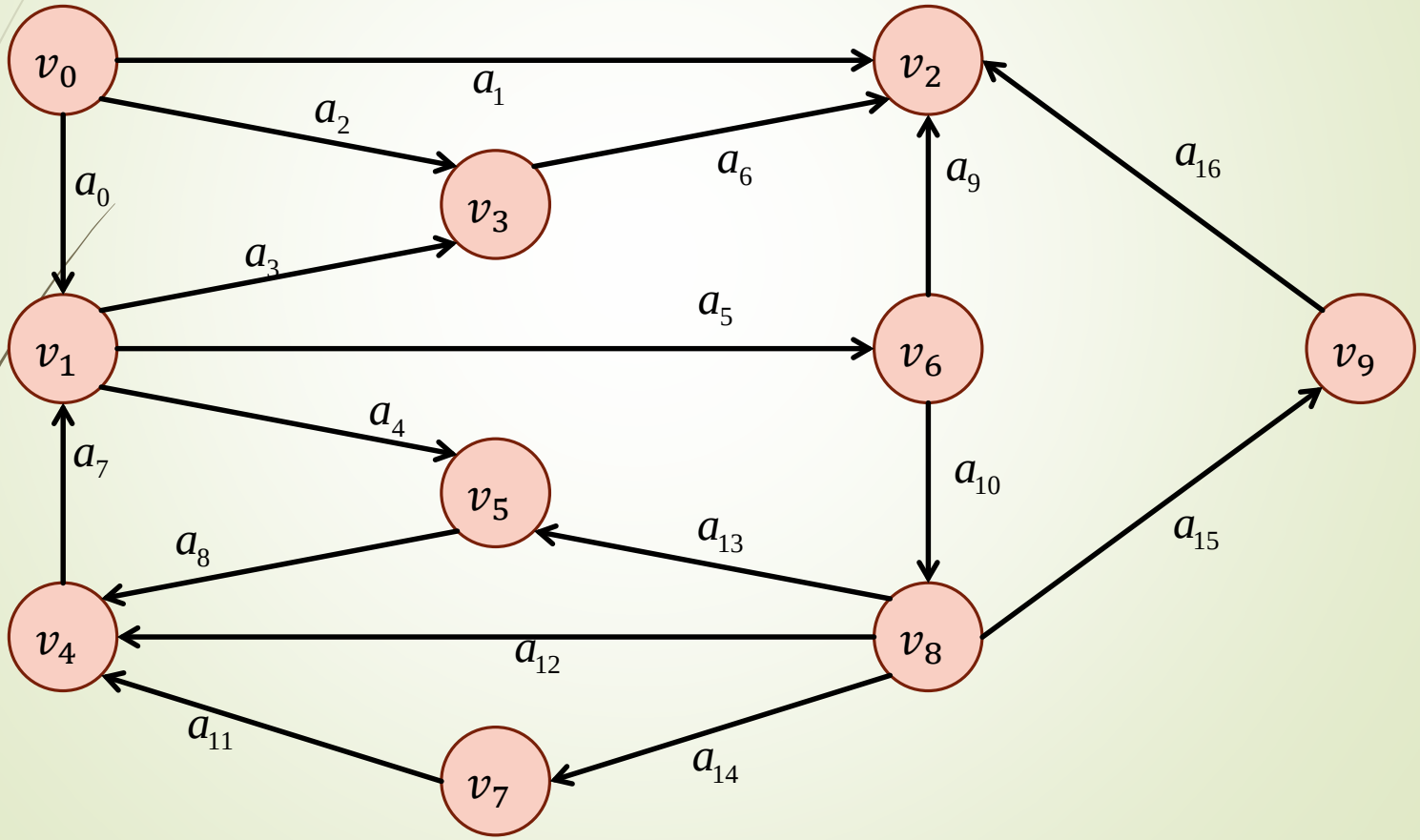
L	Q
$\{v_0\}$	$[a_0, a_1, a_2]$
$\{v_0, v_1\}$	$[a_3, a_4, a_5, a_1, a_2]$
$\{v_0, v_1, v_3\}$	$[a_6, a_4, a_5, a_1, a_2]$
$\{v_0, v_1, v_2, v_3\}$	$[a_4, a_5, a_1, a_2]$
$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_5\}$	$[a_8, a_5, a_1, a_2]$
$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$	$[a_5, a_1, a_2]$
$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$	$[a_{10}, a_1, a_2]$
$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_8\}$	$[a_{14}, a_{15}, a_1, a_2]$
$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8\}$	$[a_{15}, a_1, a_2]$
$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9\}$	$[a_1, a_2]$
$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9\}$	$[a_2]$
$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9\}$	$[]$

幅優先探索(Breadth-First Search)

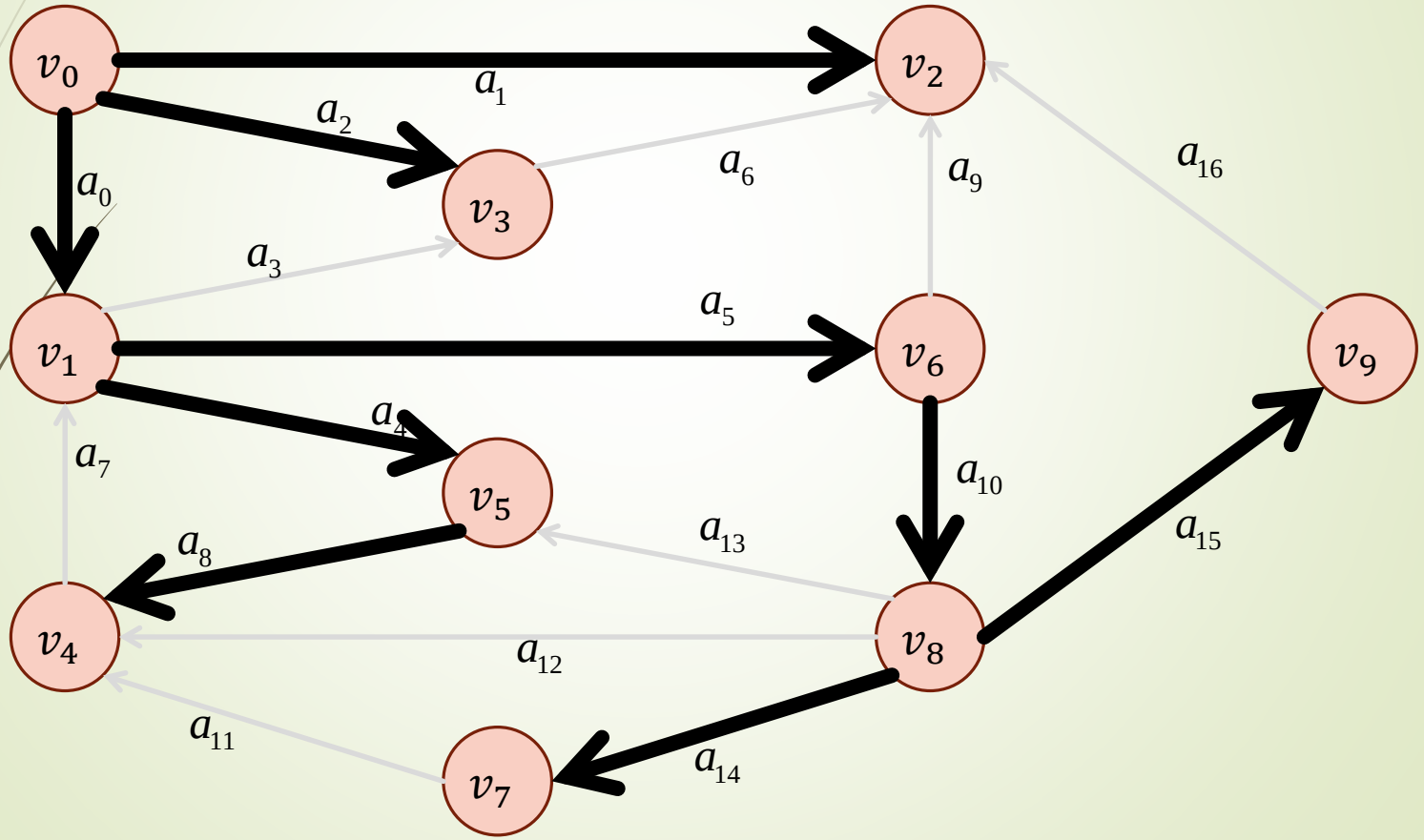
- 出発点を定める
- 出発点に直接繋がっている点に印を付ける
- 印を付けた点に直接繋がっている点に印を付ける

- 結果としてできる木(spanning tree)は、幅の広いものができる

幅優先探索BFS (Breadth-First Search)



結果


v_0
v_1
v_2
v_3
v_4
v_5
v_6
v_7
v_8
v_9
a_0
a_1
a_2
a_3
a_4
a_5
a_6
a_7
a_8
a_9
a_{10}
a_{11}
a_{12}
a_{13}
a_{14}
a_{15}
a_{16}

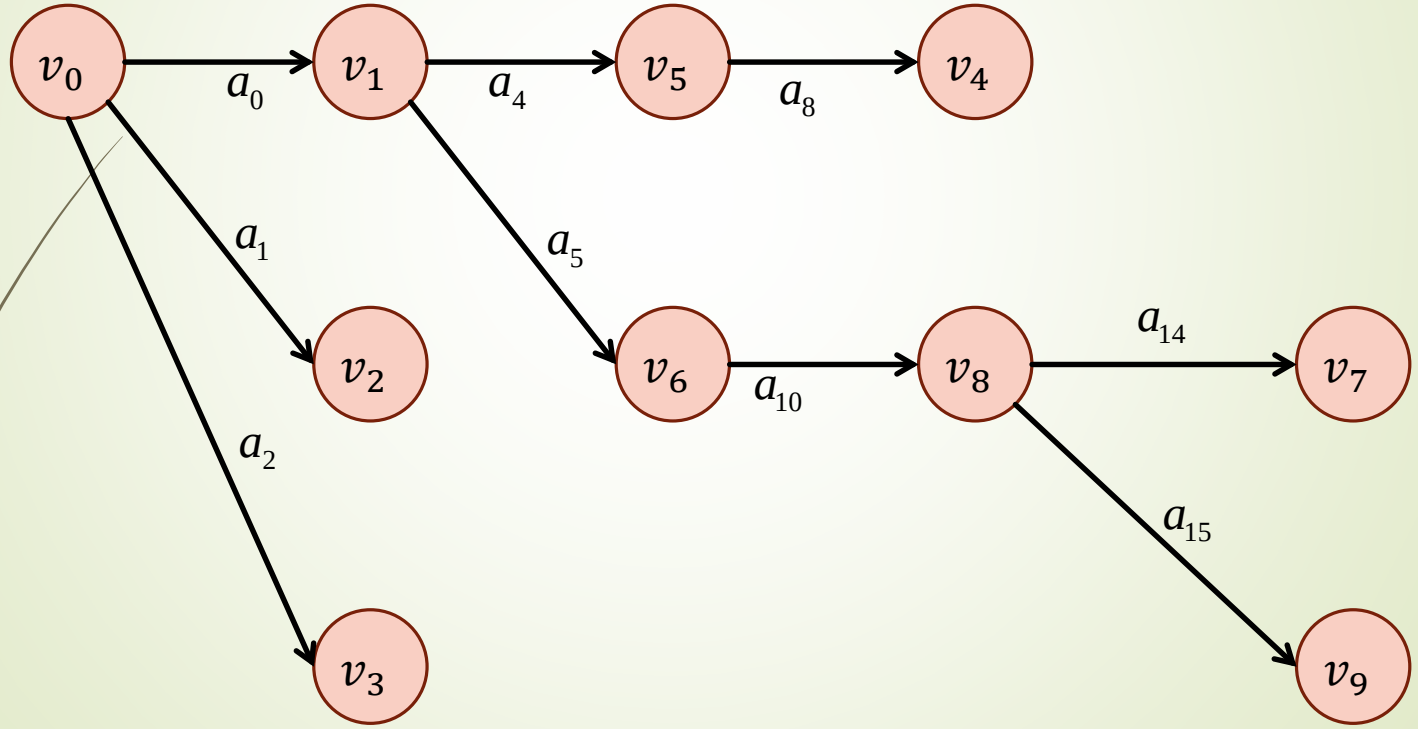
幅優先探索

- L：すでにチェックした点のリスト: 初期$L = \phi$
- Q：調査すべき点のキュー：初期$Q = [r]$

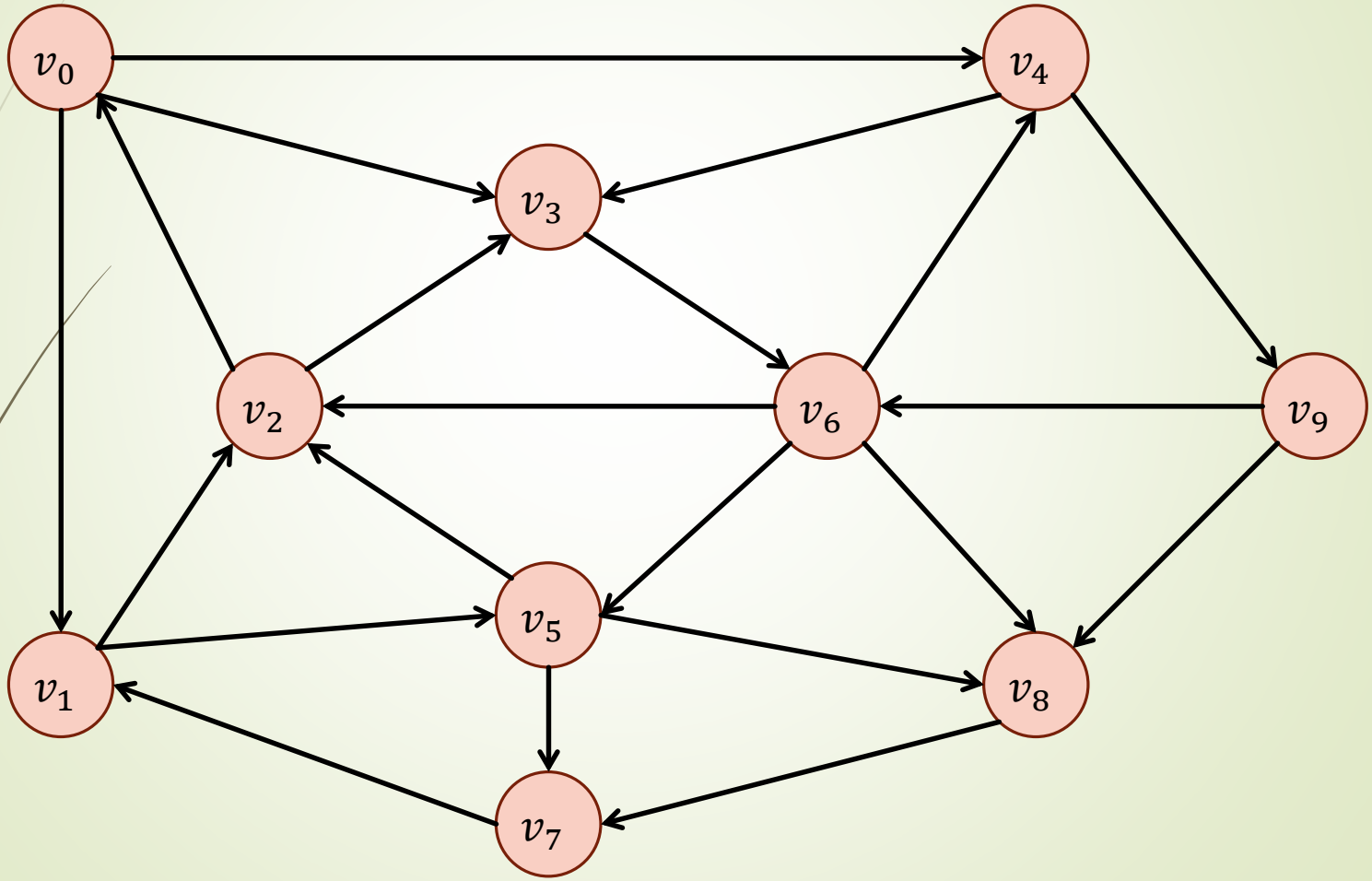
$L = \emptyset$
$Q = [r]$
while(Q ≠ ∅) {
  $v = Q.\mathrm{poke}$//先頭
  forall($a \in \delta^{+}v$) {
    $w = \partial^{-}a$
    if($w \notin L$ && $w \notin Q$) {
      $Q \mapsto w$
    }
  }
  $L \leftarrow L \cup \{v\}$
}

現在の頂点	L	Q
	$\emptyset$	$[v_0]$
v_0	$\{v_0\}$	$[v_1, v_2, v_3]$
v_1	$\{v_0, v_1\}$	$[v_2, v_3, v_5, v_6]$
v_2	$\{v_0, v_1, v_2\}$	$[v_3, v_5, v_6]$
v_3	$\{v_0, v_1, v_2, v_3\}$	$[v_5, v_6]$
v_5	$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_5\}$	$[v_6, v_4]$
v_6	$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_5, v_6\}$	$[v_4, v_8]$
v_4	$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$	$[v_8]$
v_8	$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_8\}$	$[v_7, v_9]$
v_7	$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8\}$	$[v_9]$
v_9	$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9\}$	$\emptyset$

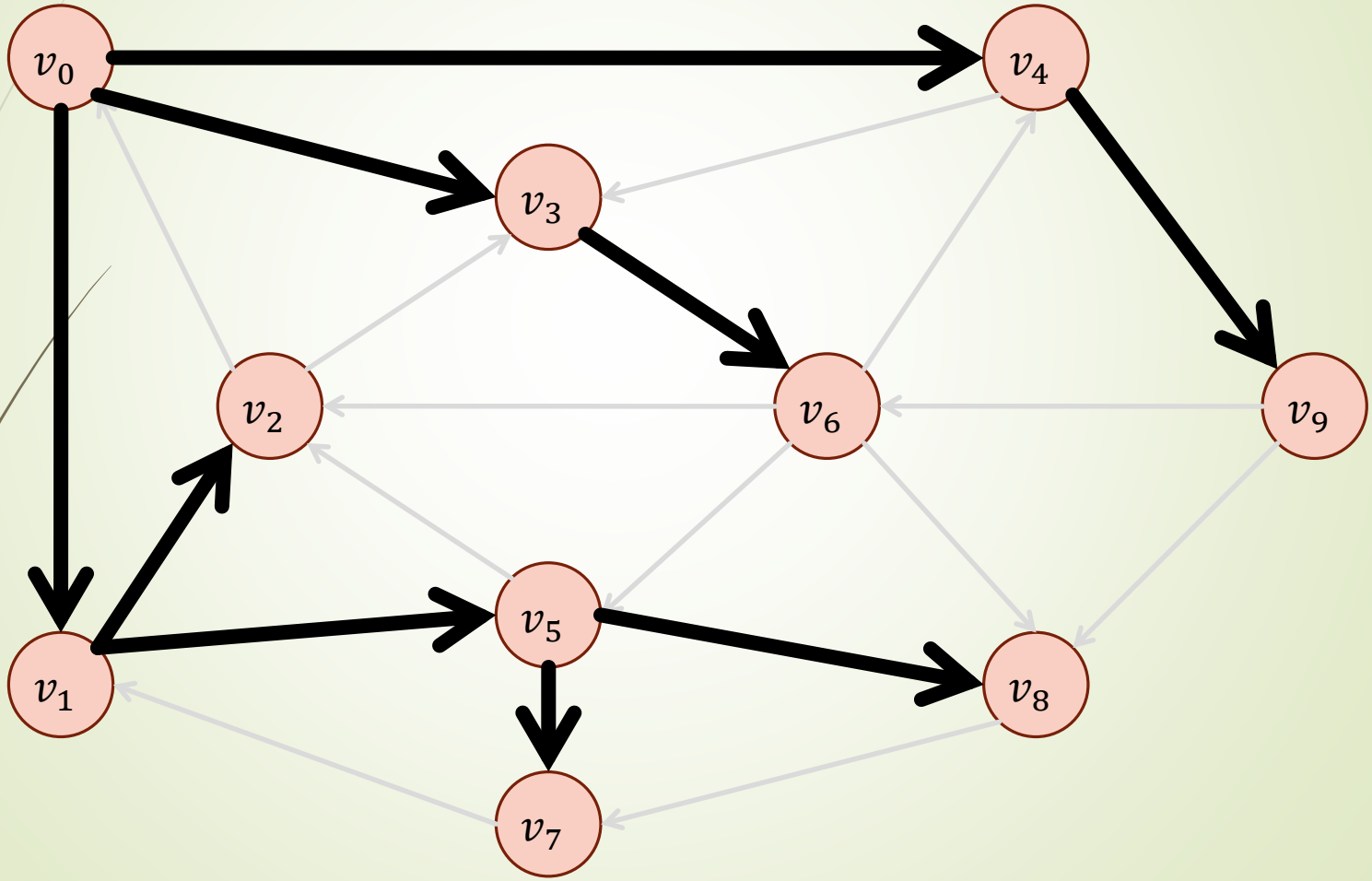
探索の様子(結果としてのspanning tree)



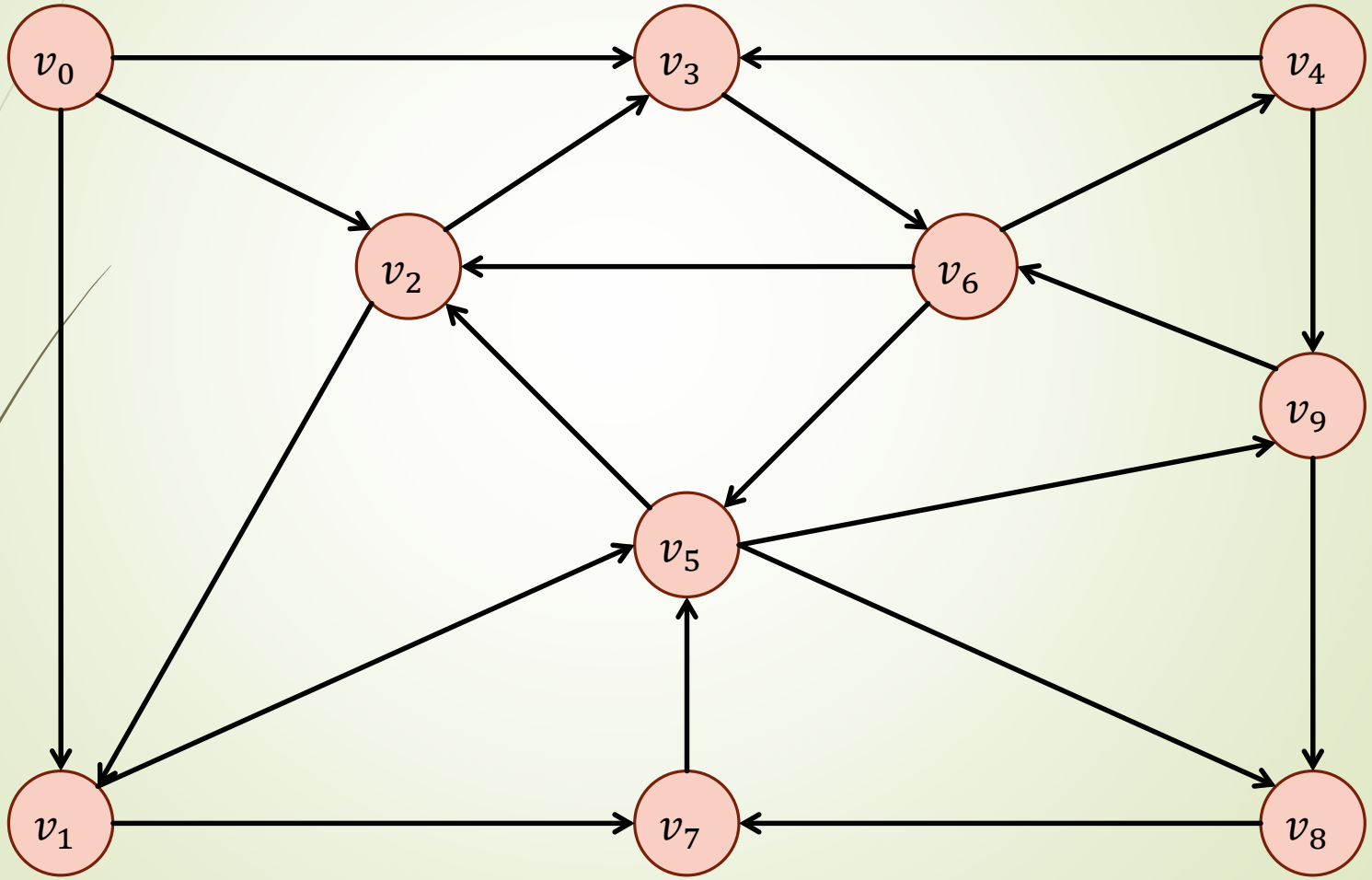
例2



例2：結果



例3



例3：結果