

セルオートマトン Cellular Automata



複雑なパターンの形成

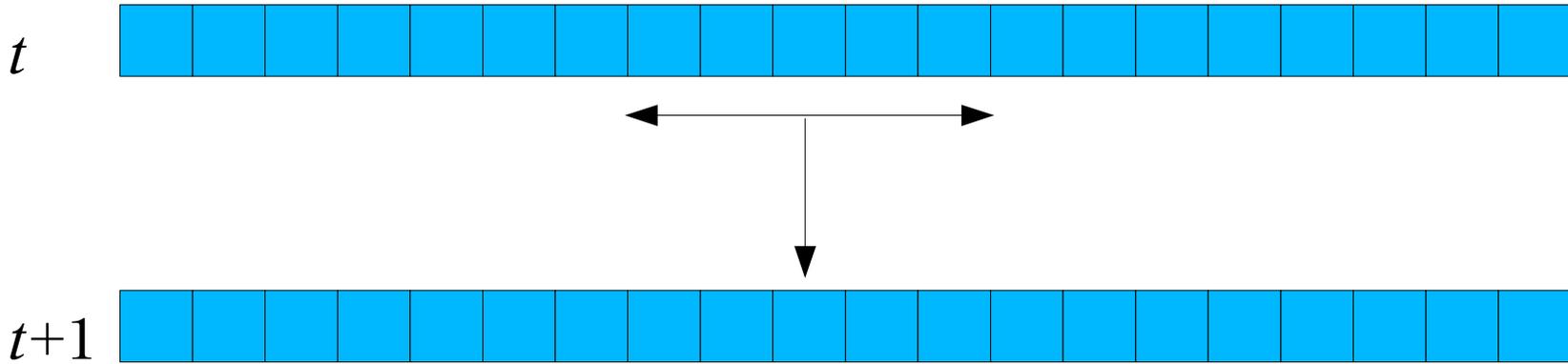
- 自然や社会に発生する模様
- 秩序的な模様
 - 水面の波
 - 結晶構造
 - 線形な重ね合わせ

-
- **複雑な模様**
 - **キリンの模様**
 - **マスクメロンの割れ目**
 - **菌類のコロニー**
 - **徐々に進行する化学反応**
 - **破壊現象：ガラスが割れる、雷(絶縁破壊)**
 - **非線形現象**

セルオートマトンとは

- 非線形な現象をできるだけ簡単にモデル化
- 時間発展、空間を離散化
- 状態は有限状態
- システム全体に一様な時間発展規則
- 同期的時間発展
- 類似モデル
 - スピン系
 - ランダムネットワーク

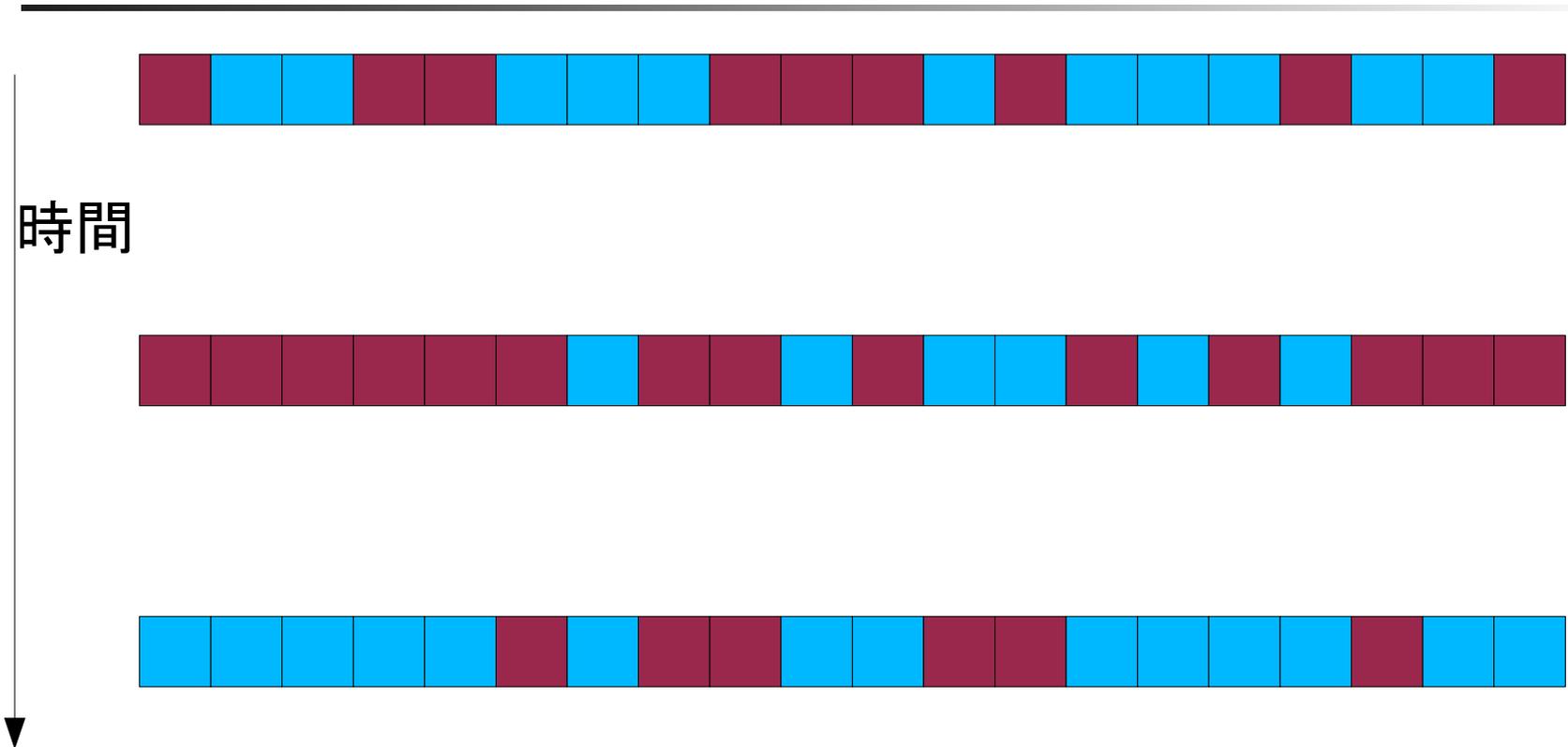
1次元セルオートマトン



N 個の格子点が一定の規則に従って時間発展する

$$s_i(t+1) = F(s_{i-r}(t), s_{i-r+1}(t), \dots, s_{i-1}(t), s_i(t), s_{i+1}(t), \dots, s_{i+r}(t))$$
$$s_i \in \{0, 1, \dots, k-1\}$$

最も簡単な場合 $k=2, r=1$



規則の記述

111 110 101 100 011 010 001 000 t

0 1 0 1 1 0 1 0 $t+1$

この部分を二進数として読む

$$(01011010)_2 = 64 + 16 + 8 + 2 = 90$$

- 時刻 t の状態は0から7までの状態
- 各状態について、次の時刻の状態 $\{0,1\}$ を対応させる

- Exercise

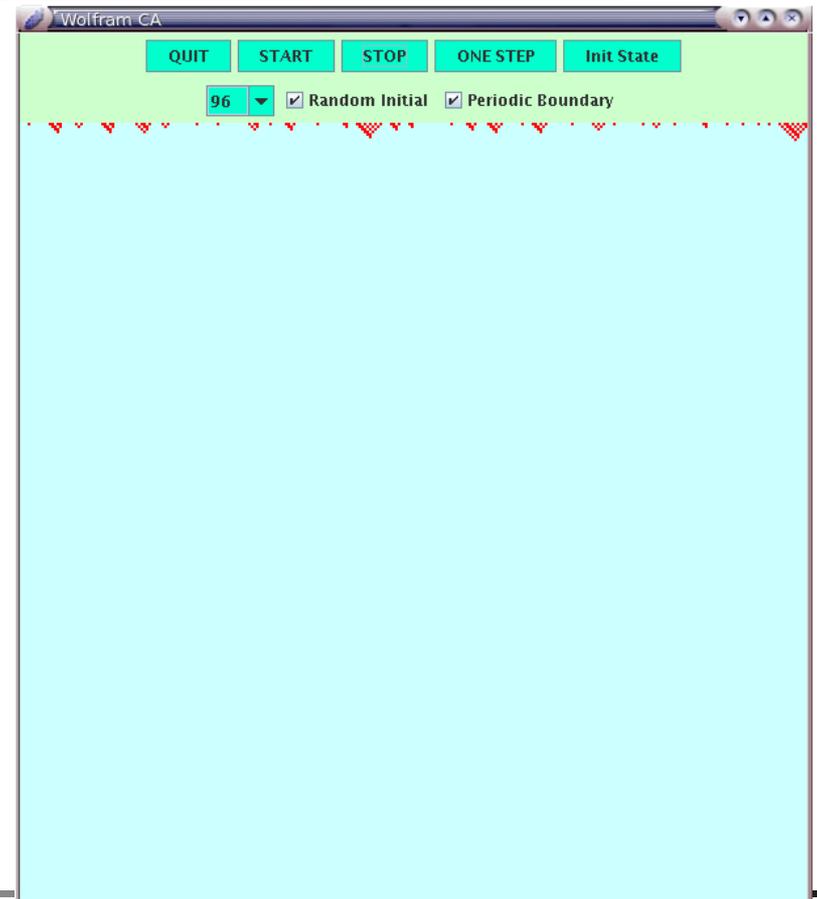
- 以下の規則はどのような規則か、言葉で説明しなさい
- 90、150、184

Wolframの基本CA

- 1次元CA $k=2, r=1$
- 規則総数は256個
 - そのうち左右対称なものだけ
- 参考
 - Steven WolframはMathematicaの開発者
 - 素粒子論の研究の過程で必要な計算を行う数式処理システムを開発

例:時間変化が無くなる

- 短い遷移時間の後、時間変化が停止する
- 時間方向で見ると、ひとつの状態のみ



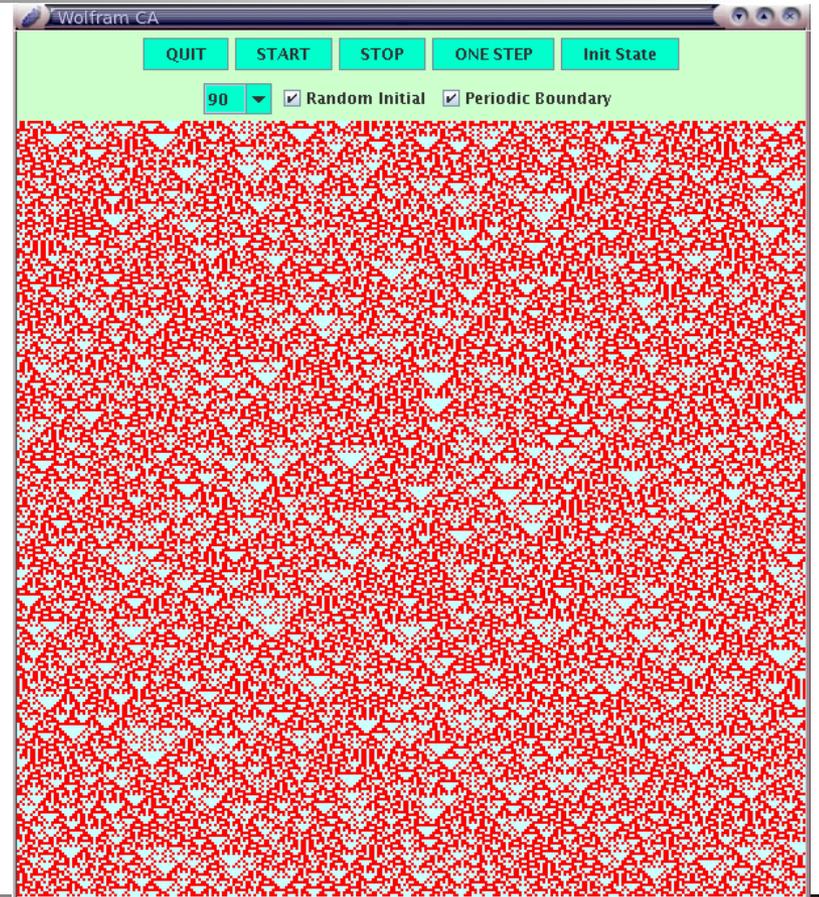
例：周期的時間変化

- 短い遷移の後、周期的運動を繰り返す
- 時間方向で見ると、複数の状態の繰り返し



例：複雑

- 次々と新しい空間パターンが発生する。
- 可能な空間パターンは格子数とともに増大する
- 時間方向で見ると、次々と新しい状態が出現



境界条件の効果

- 境界からの反射が必ずある
 - 弦の場合を思い出そう
- 固定境界条件
 - システムの外側に状態一定の格子がある
- 周期境界条件
 - システムは輪になっている
 - しばしば無限系の代わりとして使われる

2次元CAの例：Game of Life

- 簡単な生態系のモデル
- 2次元正方格子 $S(x,y,t)$
 - 各格子は二つの状態：1(alive), 0(dead)
- ある格子 $S(x,y,t)$ の隣接格子の状態の和
 - $N=S(x+1,y,t)+S(x-1,y,t)+S(x,y+1,t)+S(x,y-1,t)$
 - If $N=0$ or $N=1$ or $N=4$: $S(x,y,t+1)=0$
 - If $N=2$: $S(x,y,t+1)=S(x,y,t)$
 - If $N=3$: $S(x,y,t+1)=1$

