CA伝染病モデル

(Cellular Automaton Epidemic Model) モデリングとシミュレーション

2016年度

工学系研究科　只木進一

伝染病は接触過程で広がる

- 病気の伝染の過程：接触過程
  - 直接的接触
  - 間接的接触：虫、咳、食器
- 病気に罹った個体に近づかないのが最大の防御方法
- 病気の広がりと個体の空間依存
- どうやって空間依存を取り入れるか？

セルオートマトンによるモデル化

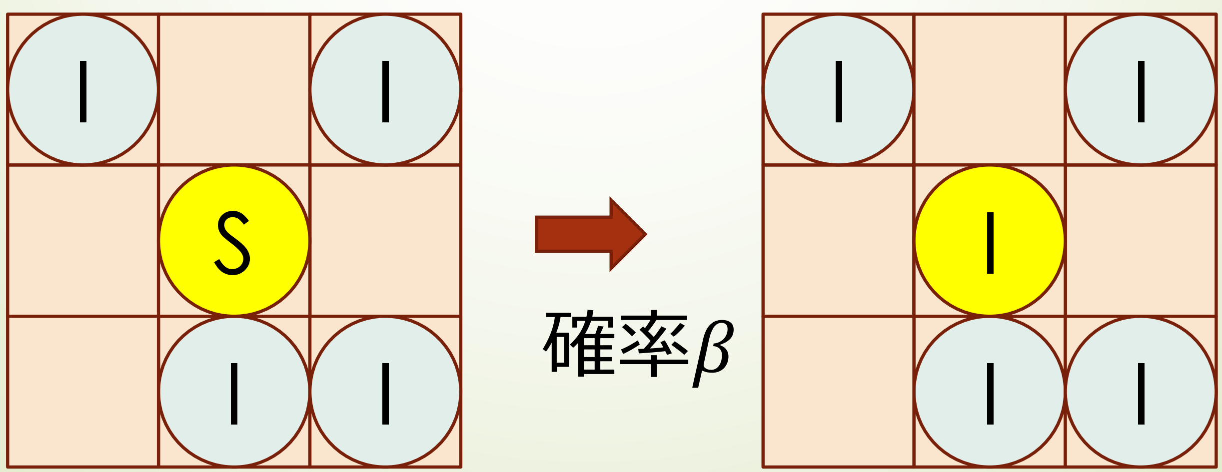
- 空間をセルに分割する
  - 今回は2次元のマス目に分割
- 一つのセルには一つの個体しか入ることはできない
  - 個体の居ないセルもある

- 個体の状態は3種類
  - S：Susceptible：病気に罹る可能性あり
  - I：Infected：病気に罹っている、他の個体にうつす可能性あり
  - R：Recovered：病気が治った
- 総個体数は一定
  - セルの総数より少ない

$$N(t) = S(t) + I(t) + R(t) = \mathrm{const}.$$

病気が伝染する過程

- 状態Sの個体が居るセルに、状態Iの個体が居るセルが一つでも隣接している場合
  - 状態Sの個体の状態が確率βで状態Iに



病気が治る過程

- 状態Iの個体は、隣接するセルの個体の状態とは無関係に、確率γで治癒する

シミュレーション中で「確率αで○○する」

```
double r;//[0,1)の乱数
if ( r<α ) {○○}
else {××}
```

- 同じことを$N \gg 1$回繰り返す
  - $N\alpha$回程度は○○が実行される
  - $N(1-\alpha)$回程度は××が実行される

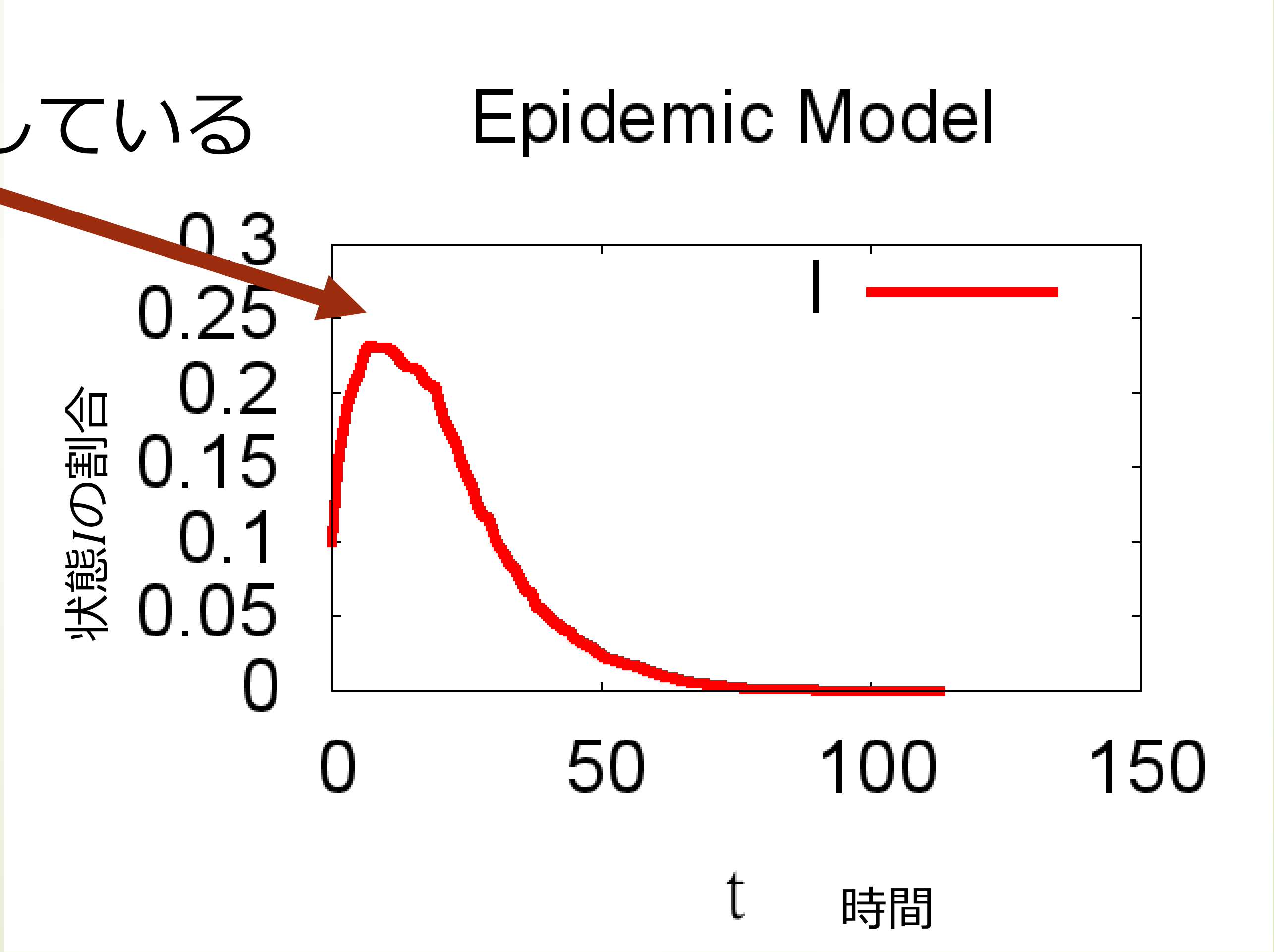
System size: 64×64

$$N = 3276, \quad \rho = 2867/(64 \times 64) \simeq 0.70$$

$$I_0 = 409$$

$$\beta = 0.1, \quad \gamma = 0.1$$

一旦増加している

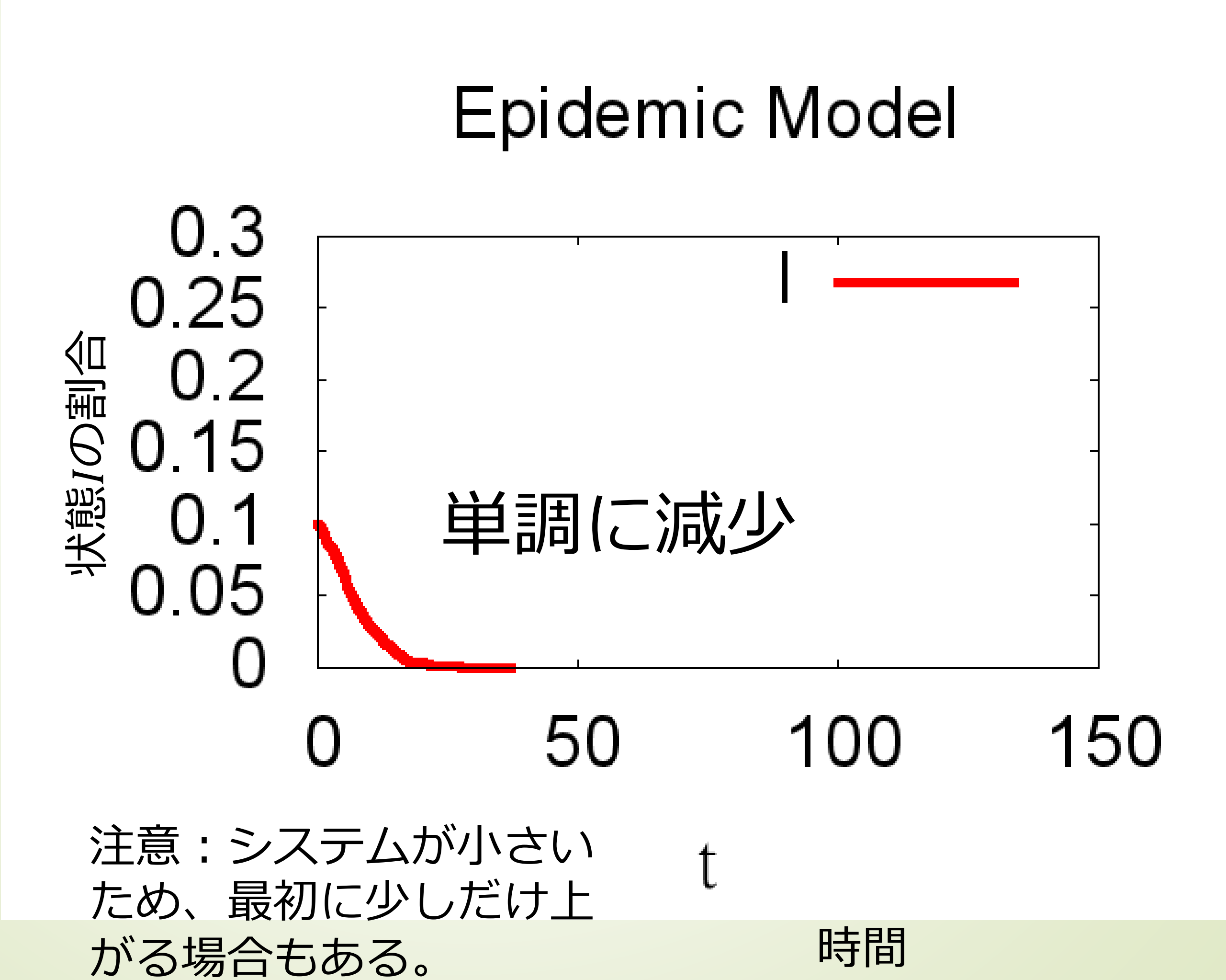


$$\text{System size: } 64 \times 64$$

$$N = 3276, \quad \rho = 2867/(64 \times 64) \simeq 0.70$$

$$I_0 = 409$$

$$\beta = 0.1, \quad \gamma = 0.3$$



注意：システムが小さいため、最初に少しだけ上がる場合もある。

- 二つの可能性
  - 病気が侵入する
    - 状態Iの個体数が一旦増加する
  - 病気は侵入できない
    - 状態Iの個体数は単調に減少する

- もっと理論的に理解するには？

平均場(mean field)

- 位置に依存したモデルを理論的に調べることは難しい
- 位置の依存性をなくすために、
  - 注目している場所の周囲を平均で置き換える
  - 位置に依存しないモデル

- $S(t)$：一つのサイトに状態Sの個体が居る確率
- $I(t)$：一つのサイトに状態Iの個体が居る確率
- $R(t)$：一つのサイトに状態Rの個体が居る確率

$$S(t)+I(t)+R(t)=\text{const.}$$

- $S(t)$の時間変化：状態Iへの変化分だけ減少する
- $I(t)$の時間変化：状態Sからの増分と状態Rへの変化への減少分
- $R(t)$の時間変化：状態Iからの増分

$$S(t+1) = S(t) - \beta q(t) S(t)$$

$$I(t+1) = I(t) + \beta q(t) S(t) - \gamma I(t)$$

$$R(t+1) = R(t) + \gamma I(t)$$

- $q(t)$:一つのサイトの周囲に一つでも状態Iの個体が居る確率
  - z:一つのサイトの周囲に存在するサイトの数。二次元正方格子ならば4

$$q(t) = 1 - \left(1 - I(t)\right)^z$$

病気の初期侵入
線形近似で調べる

$$I(0) \ll 1$$

$$q(0) = 1 - \left(1 - I(0)\right)^z = zI(0) + O\left(I(0)^2\right)$$

$$S(1) = S(0) - \beta zI(0)S(0) + O\left(I(0)^2\right)$$

$$I(1) = I(0) + \beta zI(0)S(0) - \gamma I(0) + O\left(I(0)^2\right)$$

$$R(1) = R(0) + \gamma I(0)$$

- $\beta z S(0) - \gamma > 0$の場合は、いったん$I(t)$は増大、つまり病気は侵入し、感染者数が増える
- $\beta z S(0) - \gamma < 0$の場合は、病気は侵入できず、感染者数は短調に減る
- γの閾値
  - $S(0) = 0.7, z = 4, \beta = 0.1$の場合$\gamma = 0.28$