

# 「モデリングとシミュレーション実験」課題 1

締切:2018/11/26

## 1 非調和振動子

ばねの振幅が大きくなると、その変位に比例する力だけでなく、例えば変位の三乗に比例する力が生じることが予想される。そのような非線形項 (比例ではない項) がある振動子を非調和振動子と呼ぶ。例えば

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - \lambda x^3 \quad (1.1)$$

という形を考えよう。

**課題 1** 速度を  $v = dx/dt$  とする。このとき、式 (1.1) を  $x$  と  $v$  に対する連立一階微分方程式として書き直しなさい。

**課題 2** Runge-Kutta 法を用いて、式 (1.1) を数値的に解こう。HarmonicOscillator クラスをコピーして、NonlinearOscillator を作成し、そのコンストラクタに、式 (1.1) に対応した微分方程式を記述しなさい。その際に、パラメタ  $\lambda$  が増えていることに注意しなさい。

また、main() も適切に変更し、プログラムが動作することを確認しなさい。なお、初期条件は  $x(0) = 0$ 、 $v(0) = 1$  としなさい。

式 (1.1) の厳密な解を得ることはできない。しかし、エネルギー保存則を用いると、運動の概形を知ることができる。式 (1.1) に対応した非調和振動子のエネルギーは

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{4}\lambda x^4 \quad (1.2)$$

であり、この値が保存する。

課題 3 エネルギー (式 (1.2)) が保存すること、つまり  $dE/dt = 0$  であることを示しなさい。

初期条件を  $x(0) = 0$ 、 $v(0) = v_0$  とすると、時刻  $t = 0$  におけるエネルギーは

$$E_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad (1.3)$$

である。このエネルギーが保存することから、最大振幅  $x_{\max}$  は、 $v = 0$  のときに実現する。

課題 4 最大振幅  $x_{\max}$  の式を  $k$ 、 $\lambda$ 、及び  $E_0$  を用いて表しなさい。その導出過程も示しなさい。

課題 5  $m = 1$ 、 $k = 1$ 、 $\lambda = 5$  とし、非調和振動子に対する数値計算の結果とともに、課題 4 で得た最大振幅を `gnuplot` を用いて図示しなさい。そのことにより、シミュレーションによって得られる振動の最大振幅が課題 4 で得た式で与えられることを確認しなさい。

課題 6  $m = 1$ 、 $k = 1$  に対して、 $\lambda$  を 10, 50 と変化させた場合について、図示するとともに、 $\lambda$  の効果について論じなさい。

## 2 レポート提出

レポートは以下のように作成し、締切日の 12 時までに教務システムを通じてアップロードすること。

- 課題に沿って、内容を記載すること。ただし、単に課題の答えを記載するだけでなく、課題の記述・理解、方法なども課題に前後して記載することで、レポートそのもので問題設定から解決までが読み取れる形式とすること。
- 「考察」として、レポートを通じて得たことを記載すること。

- 正しい日本語または英語で記述すること。Word や L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X などを使って、適切に組版すること。必要なプログラム、スクリプト、図も入れ込むこと。単なるテキストファイルの PDF は受け付けない。
- 他人のプログラム、レポートを写したと判断される場合には、0 点とする。
- 書籍や Web ページ等を参考としている場合には、必ずその出典を明示すること。
- レポートは PDF 形式とし、ファイル名は「学籍番号.pdf」とすること。
- 提出前に、必ず、PDF の内容を十分に確認すること。