学籍番号									氏名	

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

「モデリングとシミュレーション」ミニテスト

2019/10/7

問 1　メソッドや変数に対する、以下の修飾子の意味を説明しなさい。これらの修飾子は java と c++ では、同じ意味に用いられる。

解答例

- `public`
  いずれのクラスからも利用できる
- `private`
  他のクラスからは利用できない
- `protected`
  派生クラスからは利用できる

問 2　ある変数 a の空間的スコープとは、何を示しているか、説明しなさい。

解答例　ある変数 a の空間的スコープとは、その変数が利用できるプログラム内の領域を指す。利用は、その変数が定義されているプログラムブロックに限定される。

学籍番号									氏名	

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

「モデリングとシミュレーション」ミニテスト

2019/10/16

問 1　講義で示した以下のコードのうち、getRecord と setRecord はそれぞれ何をするメソッドか答えなさい

```
public class Student extends AbstractStudent{

    private int record = 0; //点数

    public Student(String name, int studentID) { super(name,studentID); }

    public int getRecord() { return record; }

    public void setRecord(int record) {
        record = Math.max(0,record);
        record = Math.min(100,record);
        this.record = record;
    }
}
```

- `getRecord()`

  解答例　フィールド `record` に保存されている値を返す。

- `setRecord(int record)`

  解答例　フィールド `record` の値を設定する。ただし、引数が 100 より大きい場合には 100 を、負である場合には 0 を設定する。

学籍番号									氏名	

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

「モデリングとシミュレーション」ミニテスト

2019/10/21

問 1　`Integer` のリスト `list` から最大値を求める以下のメソッドについて、`for` ループの内側を記述しなさい。なお、二つの int 型から大きい方を得る `Math.max(a,b)` を用いてもよい。

解答例

```
public int getMax( List<Integer> list ){
    int max=list.get(0);
    for ( int i = 0 ; i < list.size() ; i++ ){
        max = Math.max(max, list.get(i));
    }
    return max;
}
```

問 2　`Integer` のリスト `list` から最大値の入ってるインデクスを求める以下のメソッドについて、`for` ループの内側を記述しなさい。

解答例

```
public int getMaxIndex( List<Integer> list ){
    int index=0
    int max=list.get(index);
    for ( int i = 0 ; i < list.size() ; i++ ){
        if ( list.get(i) > max ){
            max = list.get(i);
            index = i;
        }
    }
    return index;
}
```

学籍番号									氏名	

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

「モデリングとシミュレーション」ミニテスト

2019/10/28

問 1　x に対するの一元二階微分方程式 (式 (1))

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -\omega^2 x - \lambda \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \tag{1}$$

を考える。ここで、ω と λ は定数とする。これに対して、

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

を導入し、式 (1) を x と v に対する二元連立一階微分方程式に変更しなさい。右辺は x と v 及び定数 ω と λ で表し、$\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$ や $\mathrm{d}v/\mathrm{d}t$ を含まないとする。

解答例

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\omega^2 x - \lambda v$$
$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v$$

学籍番号									氏名	

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

「モデリングとシミュレーション」ミニテスト

2019/11/7

問 1　調和振動子の運動方程式は次式で記述される。

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -kx \tag{1}$$

ここで、m は質量、k はばね定数である。この系のエネルギーは、$v = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$ として

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \tag{2}$$

である。エネルギーが保存されること、つまり

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = 0 \tag{3}$$

であることを示しなさい。

(ヒント) 式 (2) 中の x と v は、時間の関数である。式 (2) の両辺を時間で微分した結果に運動方程式 (1) を代入する。

解答例　式 (2) の両辺を時間で微分する。

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = mv\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + kx\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

ここに式 (1)、つまり

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -kx$$

を代入する。

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = -kvx + kvx = 0$$

学籍番号									氏名	

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

「モデリングとシミュレーション」ミニテスト

2019/11/11

問 1　三つのベクトル

$$\vec{v}_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_\pm = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ \mp\sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix} \tag{1}$$

が、行列

$$M = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \tag{2}$$

の固有ベクトルであることを、実際に計算して示しなさい。固有ベクトルを求めることではないことに、注意しなさい。

解答例

$$\begin{aligned} M\vec{v}_0 &= \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} = 2\vec{v}_0 \\ M\vec{v}_\pm &= \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ \mp\sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2\pm\sqrt{2} \\ -2\mp 2\sqrt{2} \\ 2\pm\sqrt{2} \end{pmatrix} \\ &= \frac{2\pm\sqrt{2}}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ \mp\sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix} = \left(2\pm\sqrt{2}\right)\vec{v}_\pm \end{aligned}$$

学籍番号									氏名	

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

「モデリングとシミュレーション」ミニテスト

2019/11/18

問 1　区間 $[a, b)$ を M 個に分割した bin を用いてヒストグラムを生成することを考える。$a = -0.1$、$b = 0.9$、$M = 5$ の場合、各区間は以下のようになる。

区間番号	区間
0	$[-0.1, 0.1)$
1	$[0.1, 0.3)$
2	$[0.3, 0.5)$
3	$[0.5, 0.7)$
4	$[0.7, 0.9)$

一方、生成値 r が入る区間の番号 k は、区間の幅 $w = (b - a)/M$ を用いて

$$k = \left\lfloor \frac{r - a}{w} \right\rfloor$$

と表すことができる。ここで $\lfloor x \rfloor$ は x を越えない最大の整数、つまり x を整数に切り下げた値である。数値 $\{0.0, 0.1, 0.35, 0.66\}$ が正しい bin に入ることを以下の表を埋めることで確認しなさい。

解答例

r	$r - a$	$(r - a)/w$	k
0.0	0.1	.5	0
0.1	0.2	1.	1
0.35	0.45	2.25	2
0.66	0.76	3.8	3

学籍番号									氏名	

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

「モデリングとシミュレーション」ミニテスト

2019/11/25

問 1　確率密度関数 $f(x)$ は、規格化されていなければならない。つまり、定義域を $[a, b)$ とすると、

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = 1 \tag{1}$$

を満たさなければならない。

定義域を $[0, \pi)$ とする確率密度関数

$$f(x) = A\sin^2(x) \tag{2}$$

について、規格化定数 A を求めよ。ただし、以下の公式を用いても良い。

$$\sin^2(x) = \frac{1-\cos(2x)}{2} \tag{3}$$

解答例

$$\int_0^\pi \frac{1-\cos(2x)}{2}\mathrm{d}x = \frac{1}{4}\int_0^{2\pi} (1-\sin(y))\,\mathrm{d}y = \frac{\pi}{2}$$

より

$$A = \frac{2}{\pi}$$

となる。

学籍番号									氏名	

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

「モデリングとシミュレーション」ミニテスト

2019/12/2

問 1　正規分布は、定義域が $[-\infty, \infty)$ であり、平均を μ、標準偏差を σ とするときの確率密度が次式で与えられる分布である。

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \tag{1}$$

対応する母関数は

$$G(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) z^x \mathrm{d}x = \exp\left[\mu \ln z + \frac{\sigma^2}{2} (\ln z)^2\right] \tag{2}$$

と得ることができる。この時 $G'(z)$ 及び $G'(1)$ を求めよ。また、それを用いて、x の平均を求めよ。

解答例　式 (2) の被積分関数は

$$f(x)z^x = \exp\left[x\ln z - \frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$

である。指数関数の変数部分を x の完全平方と x を含まない二つの部分に分ける。

$$\begin{aligned}
x\ln z - \frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} &= -\frac{1}{2\sigma^2}\left[x^2 + 2\mu x + \mu^2 - 2\sigma^2 x\ln z\right] \\
&= -\frac{1}{2\sigma^2}\left[x^2 - 2(\mu+\sigma^2\ln z)x + (\mu+\sigma^2\ln z)^2 - 2\mu\sigma^2\ln z - \sigma^4(\ln z)^2\right] \\
&= -\frac{1}{2\sigma^2}\left(x-\mu-\sigma^2\ln z\right)^2 + \mu\ln z + \frac{\sigma^2}{2}(\ln z)^2
\end{aligned}$$

x を含まない部分は積分の外に出すことができる。

$$\begin{aligned}
G(z) = \exp&\left[\mu\ln z + \frac{\sigma^2}{2}(\ln z)^2\right] \\
&\times \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\left(x-\mu-\sigma^2\ln z\right)^2\right]
\end{aligned}$$

積分部分は、平均をずらしているだけであるので、1 となり

$$G(z) = \exp\left[\mu\ln z + \frac{\sigma^2}{2}(\ln z)^2\right]$$

を得る。

　母関数 $G(z)$ の具体的表式が分かったので、これを用いて平均と標準偏差を求めることができる。そのため、母関数 $G(z)$ の一階微分と二階微分を計算する。

$$\begin{aligned}
G'(z) &= \left(\frac{\mu}{z} + \sigma^2\frac{\ln z}{z}\right)G(z) \\
G''(z) &= \left(-\frac{\mu}{z^2} - \sigma^2\frac{\ln z}{z^2} + \sigma^2\frac{1}{z^2}\right)G(z) + \left(\frac{\mu}{z} + \sigma^2\frac{\ln z}{z}\right)^2 G(z)
\end{aligned}$$

$$G'(1) = \mu \qquad G''(1) = \sigma^2 + \mu^2 - \mu$$

　以上から平均と分散を計算することとする。

$$\begin{aligned}
\langle x\rangle &= G'(1) = \mu \\
\langle x^2\rangle - \langle x\rangle^2 &= G''(1) + G'(1) - \left(G'(1)\right)^2 \\
&= \sigma^2 + \mu^2 - \mu + \mu - \mu^2 = \sigma^2
\end{aligned}$$

学籍番号									氏名	

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

「モデリングとシミュレーション」ミニテスト

2019/12/9

問 1　Wolfram の 1 次元セルオートマトンは、3 個の隣接セルの状態から中央のセルの次の時刻での状態を決める規則によって定まっている。rule-86 の規則を記述しなさい。導出過程も記述しなさい。

解答例　はじめに、86 の二進表現を求める。

$$\begin{aligned} 86 = 64 + 16 + 4 + 2 &= 2^8 + 2^4 + 2^2 + 2^1 \\ &= (01010110)_2 \end{aligned}$$

以下のように時間発展規則を得る。

入力	111	110	101	100	011	010	001	000
出力	0	1	0	1	0	1	1	0

問 2　セル数 10 の周期境界条件とき、rule-86 の時間発展を示しなさい。

解答例

t	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
2	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0
3	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0
4	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0
5	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0
6	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0

学籍番号									氏名	

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

「モデリングとシミュレーション」ミニテスト

2019/12/16

問 1　rule-184 は、以下のような発展規則である。

入力	111	110	101	100	011	010	001	000
出力	1	0	1	1	1	0	0	0

このとき、以下の二つの初期条件の時の挙動を示しなさい。ただし、周期境界条件であるとする。

解答例

t	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0
1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0
2	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0
3	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1
4	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
5	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

t	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1
2	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1
3	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0
4	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1
5	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0

学籍番号									氏名	

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

「モデリングとシミュレーション」ミニテスト

2020/1/14

問 1　平均場伝染病モデルは、状態 S、I、R のそれぞれの個体の密度 $S(t)$、$I(t)$ 及び $R(t)$ に対する時間発展方程式

$$S(t+1) = S(t) - \beta q(t) S(t) \tag{1}$$
$$I(t+1) = I(t) + \beta q(t) S(t) - \gamma I(t) \tag{2}$$
$$R(t+1) = R(t) + \gamma I(t) \tag{3}$$

と表される。β と γ は感染と治癒を表すパラメタである。

$q(t)$ は、一つの個体の周囲に一つ以上の状態 I の個体が居る確率を表す。一つの個体に最大 z 個の個体が隣接できるとすると、

$$q(t) = 1 - (1 - I(t))^z \tag{4}$$

である。$I(t) \ll 1$ として、式 (4) を $I(t)$ の二次まで展開しなさい。

解答例　ここでは、二項展開を用いて示す。

$$\begin{aligned}
q(t) &= 1 - (1 - I(t))^z \\
&= 1 - \sum_{k=0}^{z} \binom{z}{k} (-I(t))^k \\
&= 1 - \binom{z}{0} (-I(t))^0 - \binom{z}{1} (-I(t))^1 - \binom{z}{2} (-I(t))^2 + O\left(I(t)^3\right) \\
&= 1 - 1 + I(t) - \frac{z(z-1)}{2} I(t)^2 + O\left(I(t)^3\right) \\
&= I(t) - \frac{z(z-1)}{2} I(t)^2 + O\left(I(t)^3\right)
\end{aligned}$$

学籍番号									氏名	

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

「モデリングとシミュレーション」ミニテスト

2020/1/20

問 1　データの列 $(x_k, y_k)(0 \le k < n)$ を指数関数 $y = \exp(-ax+b)$ でフィットすることを考えよう。二乗誤差

$$S = \sum_{k=0}^{n-1} (\ln y_k + ax_k - b)^2 \tag{1}$$

をパラメタ a 及び b で微分してゼロにすることで、a 及び b を求める連立方程式を示しなさい。

解答例　a 及び b で S を微分することで以下を得る。

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 2\sum_{k=0}^{n-1} x_k (\ln y_k + ax_k - b) = 0$$
$$\frac{\partial S}{\partial b} = 2\sum_{k=0}^{n-1} (\ln y_k + ax_k - b) = 0$$

これらを整理して以下のように連立方程式を得る。

$$a\left\langle x^2\right\rangle - b\langle x\rangle = -\langle x\ln y\rangle$$
$$a\langle x\rangle - nb = -\langle \ln y\rangle$$

学籍番号									氏名	

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

「モデリングとシミュレーション」ミニテスト

2020/1/27

問 1　Erdös-Rényi ランダムグラフを考える。頂点数 N に対して弧の数を $L = pN(N-1)$ とする。つまり、各頂点の組に弧がある確率は p である。従って、ある頂点の次数が k である確率 $p(k)$ は

$$p(k) = \binom{N-1}{k} p^k \left(1-p\right)^{N-k} \tag{1}$$

である。これに対応する確率母関数は

$$G(z) = \sum_{k=0}^{N-1} p(k) z^k = \left(pz + 1 - p\right)^{N-1} \tag{2}$$

である。このとき、次数の平均 $\langle k \rangle$ を確率母関数を用いて求めよ。

解答例　始めに、母関数と平均の関係を確認する。

$$\begin{aligned} G'(z) &= \sum_{k=1}^{N-1} kp(k) z^{k-1} = \sum_{k=0}^{N-1} kp(k) z^{k-1} \\ G'(1) &= \sum_{k=1}^{N-1} kp(k) \end{aligned}$$

より、$\langle k \rangle = G'(1)$ である。一方、式 (2) より、

$$\begin{aligned} G'(z) &= p\left(N-1\right)\left(pz+1-p\right)^{N-2} \\ G'(1) &= p\left(N-1\right) \end{aligned}$$

以上から、次数の平均を得る。

$$\langle k \rangle = p\left(N-1\right)$$