

「モデリングとシミュレーション」

2018 年度期末レポート課題

締切:2019/2/8

1 Fukui-Ishibashi モデル

講義では、Wolfram のルール 184 を最も簡単なセルオートマトン交通流モデルとして扱った。ルール 184 では、最高速度が 1 であり、過度に単純化されている。最高速度を 1 よりも大きくした、解析的に扱いやすいモデルの一つが、Fukui-Ishibashi モデルである。

L 個のセルからなる一次元系を考える。周期境界条件を課し、両端がつながった円環状であるとする。一つのセルには、車両が一つしか入ることはできない。各車両の最高速度は v_{\max} とする。

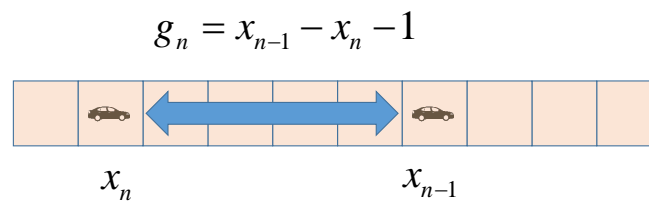


図 1 車両位置と先行車両までの空きセル数

時刻 t において、 n 番目の車両がセル x_n に居るとする。先行する $n-1$ 番の車両はセル x_{n-1} に居るとする。先行車両までの空のセルは $g_n = x_{n-1} - x_n - 1$ である。この時、 n 番目の車両の次の時刻の速度 v_n^{t+1} を次式によって決定する。

$$v_n^{t+1} = \min(g_n, v_{\max}) \quad (1.1)$$

つまり、 $g_n > v_{\max}$ ならば $v_n^{t+1} = v_{\max}$ に、それ以外ならば $v_n^{t+1} = g_n$ とする。つまり、 v_n^{t+1} は v_n^t に依存せず、従って次第に加速する要素はない。

全ての車両の次の時刻における速度が決まった後、その速度で各車両を移動する。こうすることで、実質的に全車両が同時に移動することを模倣することができる。

2 手動シミュレーション

モデルの動作の概要を知るために、手でシステムの動きを追うことにする。 $v_{\max} = 2$ 、 $L = 15$ とする。

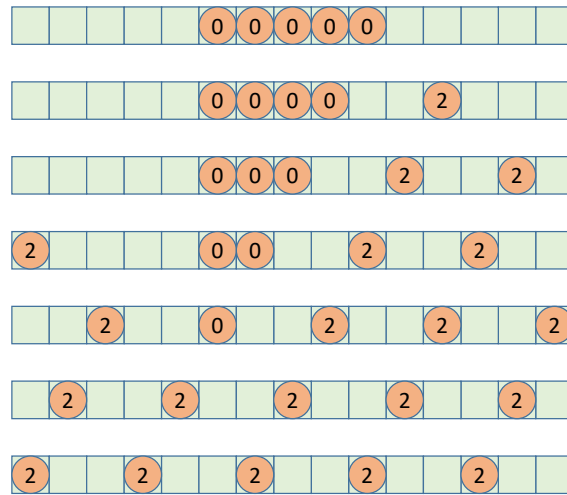


図2 $v_{\max} = 2$ 、 $L = 15$ 、 $N = 5$ の例。○は車両を、数値はその場所に至った際の速度を表す。

始めに、渋滞が発生しない場合を考える。図2は、車両数 $N = 5$ の例である。最初に連続したセルで停止していた車両が、後にすべて v_{\max} で走行する状態へ至る様子が見える。

課題1 車両数 $N = 5$ の場合について、図2とは異なる初期配置からも、同様にすべての車両が $v_{\max} = 2$ で走行する定常状態に至ることを、具体的に図を用いて示しなさい。

課題2 車両数 $N = 6$ の場合について、適当な初期配置から定常状態に至る過程を、具体的に図を用いて示しなさい。また、このとき、速度の総和が $2N - 3$ となることを確かめなさい。

課題 3 車両数 $N = 7$ の場合について、適当な初期配置から定常状態に至る過程を、具体的に図を用いて示しなさい。また、このとき、速度の総和が $2N - 6$ となることを確かめなさい。

3 理論的解析

前節の結果を基に、 $v_{\max} = 2$ の場合について、平均速度及び平均流量を理論的に求めることができる。密度が $\rho = N/L < 1/3 = 1/(1+v_{\max})$ の場合、すべての車両が $v_{\max} = 2$ で走る状態が定常状態となる。この時、平均速度は $v = v_{\max} = 2$ であり、平均流量は $q = \rho v = 2\rho$ となる。

課題 4 課題 2 の結果は、車両数 $N = 6$ の一つの例に過ぎないが、他の初期配置からも速度の総和が $2N - 3$ となることを示すことができる。このことから、平均速度は $v = (2N - 3)/N$ となる。この場合に平均速度と平均流量を密度 ρ の関数として示せ。

課題 5 同様に、課題 3 の車両数 $N = 7$ の結果から、速度の総和が $2N - 6$ である。このことから、平均速度は $v = (2N - 6)/N$ となる。この場合に平均速度と平均流量が、課題 4 で得られたと同様に、密度 ρ の関数として表されることを示せ。

課題 6 以上の結果から、 $v_{\max} = 2$ の場合の基本図 (密度に対する平均流量の変化を表す図) を得ることができる。式として示すとともに、図示せよ。また、授業で扱った Wolfram のルール 184 に対する基本図と比較して考察せよ。

4 レポート提出

レポートは以下のように作成し、締切日の 12 時までに提出すること。

- 課題に沿って、内容を記載すること。ただし、単に課題の答えを記載するだけでは不十分である。課題の記述・理解、方法なども課題に前後して記載することで、レポートそのもので問題設定から解決までが読み取れる形式とすること。
- 「考察」として、レポートを通じて得たことを記載すること。
- 正しい日本語または英語で記述すること。Word や L^AT_EX などを使って、適切に組版すること。必要なプログラム、スクリプト、図も入れ込むこと。単なるテキストファイルの PDF は受け付けない。
- 他人のプログラム、レポートを写したと判断される場合には、0 点とする。
- 書籍や Web ページ等を参考としている場合には、必ずその出典を明示すること。
- レポートは PDF 形式とし、教務システムのポータルより提出すること。
- 提出前に、必ず、PDF の内容を十分に確認すること。