学籍番号									氏名	

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

「モデリングとシミュレーション」確認テスト

2020/10/26

問 1　ω を定数とし、微分方程式を考える。

$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = -\omega^2 x \tag{1}$$

以下の関数 $x(t)$ が、微分方程式 (1) の解であることを示しなさい。

$$x(t) = a\cos(\omega t) + b\sin(\omega t) \tag{2}$$

ここで、a と b は、任意の実数定数である。

解答例　式 2 を二階微分する。

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \omega\left[-a\sin(\omega t) + b\cos(\omega t)\right]$$
$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = \omega^2\left[-a\cos(\omega t) - b\sin(\omega t)\right] = -\omega^2 x(t)$$

つまり、微分方程式 (1) の解である。

問 2　x に対するの一元二階微分方程式 (式 (3))

$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = -\omega^2 x - \lambda \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \tag{3}$$

を考える。ここで、ω と λ は定数とする。これに対して、

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \tag{4}$$

を導入し、式 (3) を x と v に対する二元連立一階微分方程式に変更しなさい。右辺は x と v 及び定数 ω と λ で表し、$\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$ や $\mathrm{d}v/\mathrm{d}t$ を含まないとする。

解答例

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} &= -\omega^2 x - \lambda v \\ \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} &= v \end{aligned}$$