学籍番号									氏名	

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

「モデリングとシミュレーション」確認テスト

2020/11/2

問 1　調和振動子の運動方程式は次式で記述される。

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -kx \tag{1}$$

ここで、m は質量、k はばね定数である。この解は $\omega^2 = k/m$ として

$$x(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t) \tag{2}$$

と表すことができる一方で、

$$x(t) = C\cos(\omega t + \delta) \tag{3}$$

と表すこともできる。A と B を C と δ で表しなさい。

解答例　式 (3) を余弦定理を使って変形する。

$$x(t) = C(\cos\omega t\cos\delta - \sin\omega t\sin\delta)$$

ここから、以下を得る。

$$A = C\cos\delta$$
$$B = -C\sin\delta$$

問 2　式 (1) で定義される系のエネルギーは、$v = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$ として

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \tag{4}$$

である。エネルギーが保存されること、つまり

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = 0 \tag{5}$$

であることを示しなさい。

(ヒント) 式 (4) 中の x と v は、時間の関数である。式 (4) の両辺を時間で微分した結果に運動方程式 (1) を代入する。

解答例　式 (4) の両辺を時間で微分する。

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = mv\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + kx\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

ここに式 (1)、つまり

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -kx$$

を代入する。

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = -kvx + kvx = 0$$