

学籍番号										氏名
------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

「モデリングとシミュレーション」確認テスト

2020/11/9

問1 三つのベクトル

$$\vec{v}_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_{\pm} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ \mp\sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

が、行列

$$M = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

の固有ベクトルであることを、実際に計算して示しなさい。固有ベクトルを求めることではないことに、注意しなさい。

解答例

$$\begin{aligned} M\vec{v}_0 &= \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} = 2\vec{v}_0 \\ M\vec{v}_{\pm} &= \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ \mp\sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 \pm \sqrt{2} \\ -2 \mp 2\sqrt{2} \\ 2 \pm \sqrt{2} \end{pmatrix} \\ &= \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ \mp\sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix} = (2 \pm \sqrt{2}) \vec{v}_{\pm} \end{aligned}$$

問 2 n 粒子の運動方程式は

$$\frac{d^2 y_i}{dt^2} = -\frac{k}{m} M_{ij} y_j \quad (3)$$

$$M_{ij} = \begin{cases} 2 & i = j \\ -1 & j = i \pm 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

です。ここで、 $i \in [0, n)$ です。 $i = 0$ 、 $0 < i < n - 1$ 、及び $i = n - 1$ について、具体的に運動方程式を記載しなさい。

解答例

$$\frac{d^2 y_i}{dt^2} = \begin{cases} -\frac{k}{m} (2y_0 - y_1) & \text{for } i = 0 \\ -\frac{k}{m} (-y_{i-1} + 2y_i - y_{i+1}) & \text{for } 0 < i < n - 1 \\ -\frac{k}{m} (-y_{n-2} + 2y_{n-1}) & \text{for } i = n - 1 \end{cases}$$