

学籍番号									氏名
------	--	--	--	--	--	--	--	--	----

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

## 「モデリングとシミュレーション」確認テスト

2020/11/16

**問 1** 区間  $[a, b)$  を  $M$  個に分割した bin を用いてヒストグラムを生成することを考える。 $a = -0.1$ 、 $b = 0.9$ 、 $M = 5$  の場合、各区間は以下ようになる。

区間番号	区間
0	$[-0.1, 0.1)$
1	$[0.1, 0.3)$
2	$[0.3, 0.5)$
3	$[0.5, 0.7)$
4	$[0.7, 0.9)$

一方、生成値  $r$  が入る区間の番号  $k$  は、区間の幅  $w = (b - a)/M$  を用いて

$$k = \left\lfloor \frac{r - a}{w} \right\rfloor$$

と表すことができる。ここで  $\lfloor x \rfloor$  は  $x$  を越えない最大の整数、つまり  $x$  を整数に切り下げた値である。数値  $\{0.0, 0.1, 0.35, 0.66\}$  が正しい bin に入ることを以下の表を埋めることで確認しなさい。

**解答例**

$r$	$r - a$	$(r - a)/w$	$k$
0.0	0.1	.5	0
0.1	0.2	1.	1
0.35	0.45	2.25	2
0.66	0.76	3.8	3

問 2 0 以上の整数を確率変数とする Poisson 分布

$$P(k) = \frac{\lambda e^{-\lambda}}{k!} \quad (1)$$

を考える。ここで  $\lambda$  は正の実数定数である。その確率母関数は

$$G(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda e^{-\lambda}}{k!} z^k = e^{(z-1)\lambda} \quad (2)$$

である。対応する平均  $\langle k \rangle$  及び分散  $\sigma^2 = \langle k^2 \rangle - \langle k \rangle^2$  を、確率母関数を用いて求めよ。

解答例 確率母関数の一階微分及び二階微分を求める。

$$\begin{aligned} G'(z) &= \lambda e^{(z-1)\lambda} \\ G''(z) &= \lambda^2 e^{(z-1)\lambda} \end{aligned}$$

ここから

$$\begin{aligned} \langle k \rangle &= G'(1) = \lambda \\ \langle k^2 \rangle &= G''(1) + \langle k \rangle = \lambda^2 + \lambda \\ \sigma^2 &= \langle k^2 \rangle - \langle k \rangle^2 = \lambda \end{aligned}$$

を得る。