

学籍番号										氏名
------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

「モデリングとシミュレーション」確認テスト

2021/1/18

問 1 データの列 $(x_k, y_k) (0 \leq k < n)$ を指数関数 $y = \exp(-ax + b)$ でフィットすることを考えよう。二乗誤差

$$S = \sum_{k=0}^{n-1} (\ln y_k + ax_k - b)^2 \quad (1)$$

をパラメタ a 及び b で偏微分してゼロにすることで、二乗誤差を最小化できる。 a 及び b を求める連立方程式を示しなさい。

解答例 a 及び b で S を偏微分することで以下を得る。

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 2 \sum_{k=0}^{n-1} x_k (\ln y_k + ax_k - b) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = 2 \sum_{k=0}^{n-1} (\ln y_k + ax_k - b) = 0$$

これらを整理して以下のように連立方程式を得る。

$$a \langle x^2 \rangle - b \langle x \rangle = - \langle x \ln y \rangle$$

$$a \langle x \rangle - nb = - \langle \ln y \rangle$$

ここで、平均の記号は以下の意味である。

$$\langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} x_k$$

$$\langle x^2 \rangle = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} x_k^2$$

$$\langle \ln y \rangle = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \ln y_k$$

$$\langle x \ln y \rangle = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} x_k \ln y_k$$

