

学籍番号										氏名
------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

「モデリングとシミュレーション」確認テスト

2021/1/25

問 1 Erdős-Rényi ランダムグラフを考える。頂点数 N に対して弧の数を $L = pN(N - 1)/2$ とする。つまり、各頂点の組に弧がある確率は p である。従って、ある頂点の次数が k である確率 $p(k)$ は

$$p(k) = \binom{N-1}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad (1)$$

である。これに対応する確率母関数は

$$G(z) = \sum_{k=0}^{N-1} p(k) z^k = (pz + 1 - p)^{N-1} \quad (2)$$

である。このとき、次数の平均 $\langle k \rangle$ を確率母関数を用いて求めよ。

解答例 始めに、母関数と平均の関係を確認する。

$$G'(z) = \sum_{k=1}^{N-1} kp(k)z^{k-1} = \sum_{k=0}^{N-1} kp(k)z^{k-1}$$

$$G'(1) = \sum_{k=1}^{N-1} kp(k)$$

より、 $\langle k \rangle = G'(1)$ である。一方、式 (2) より、

$$G'(z) = p(N-1)(pz + 1 - p)^{N-2}$$

$$G'(1) = p(N-1)$$

以上から、次数の平均を得る。

$$\langle k \rangle = p(N-1)$$