



# Network Dynamics

## モデリングとシミュレーション特論

2019年度

只木進一

# 今日のサンプル

- ▶ <https://github.com/modeling-and-simulation-mc-saga/Network>
  - ▶ 先週配布済み
  - ▶ networkModels/BA.java
- ▶ <https://github.com/modeling-and-simulation-mc-saga/NetworkDynamics>

# scale-free network

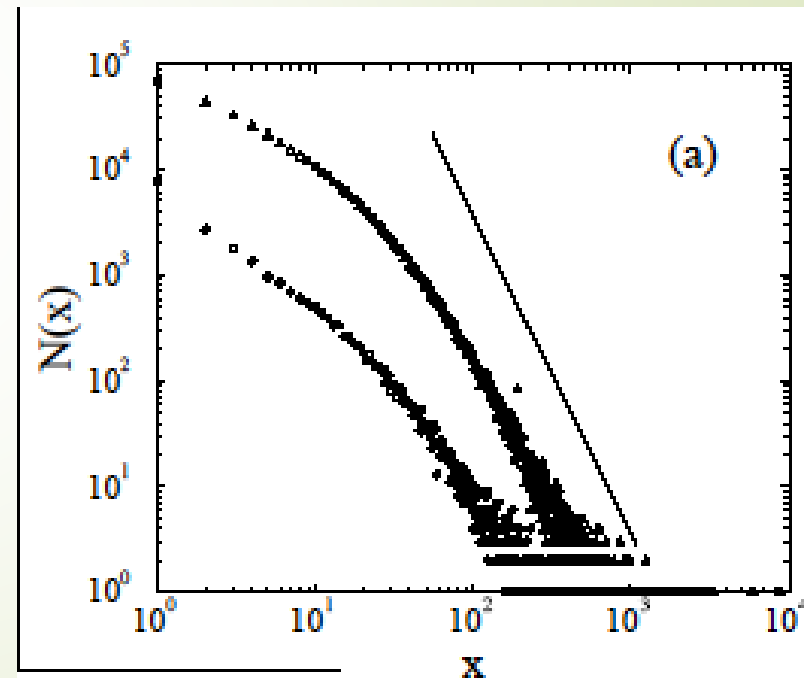
- 現実のネットワークの次数分布
  - べき則 :  $P(k) \sim k^{-\gamma}$
- べき則 (power-law)
  - 特徴的長さが無い : scale-free
  - 単位を変えても同じ関数形
    - スケール変換に対して不変

$$P(ak) = a^{-\gamma} P(k)$$

# 論文の引用

- ➡ 新しい論文が書かれると、他の論文を引用する。
- ➡ 論文は日々生産される。
- ➡ 非平衡ネットワークを形成する。
- ➡ 良く引用される論文は、多くの人に読まれ、さらに引用される。
- ➡ 引用ネットワークでは、引用の多い論文ほど、多くの引用を引き寄せる

- ▶ S. Rednerによる研究
  - ▶ Eur. Phys. J. B 4 (1998) 131.
- ▶ ISI (Institute for Scientific Information)のデータ
- ▶ Physical Review D のデータ
  - $$N(x) \sim x^{-3}$$
- ▶ 引用回数 $x$  である論文数の分布

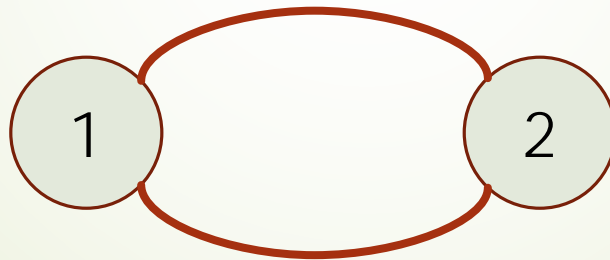


# 成長するネットワーク

- 実際のネットワークは成長し続けている
  - インターネット
  - Webページのリンク
- 新しくできた頂点は、既存の節へ辺を生成する
  - 既存の頂点の性質に依存せずにランダムに対象を選択
  - 既存の頂点の次数などの性質に依存してランダムに対象を選択

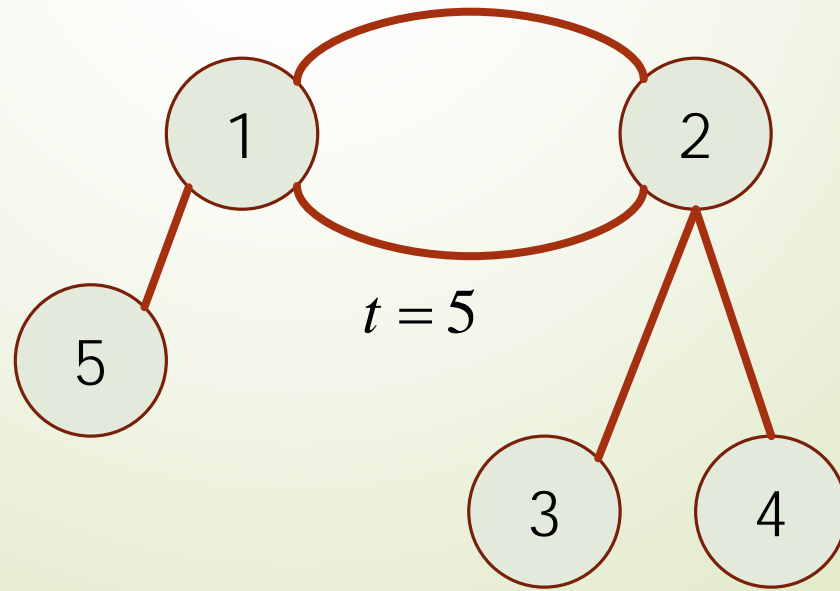
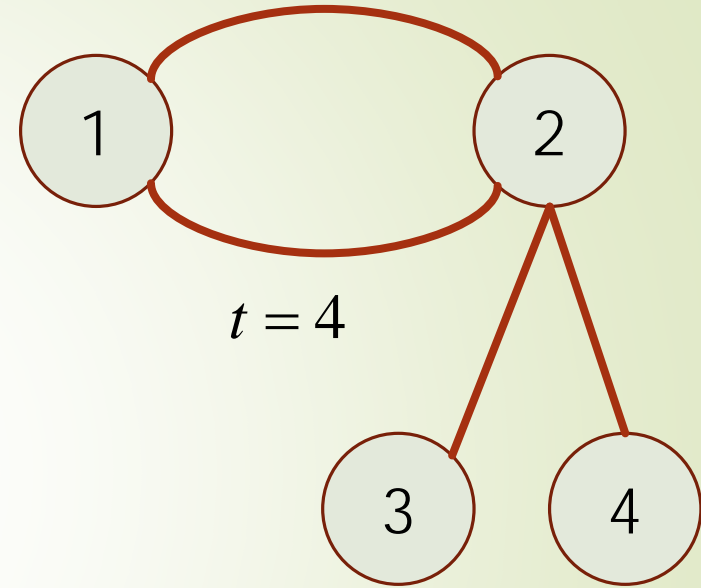
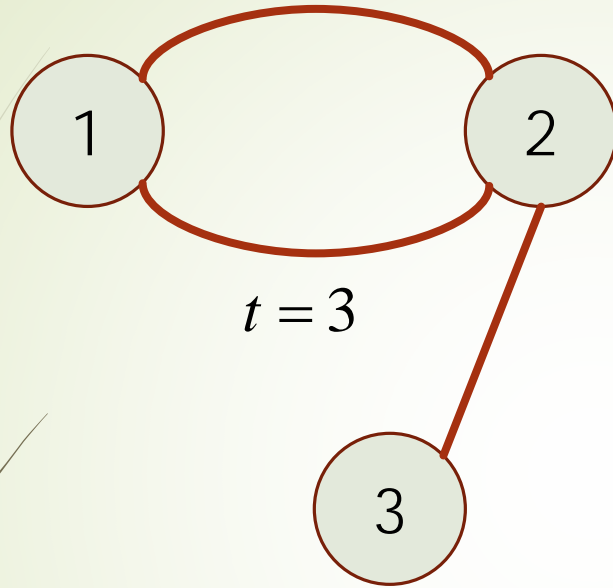
# Barabási-Albertモデル 成長するランダムネットワーク

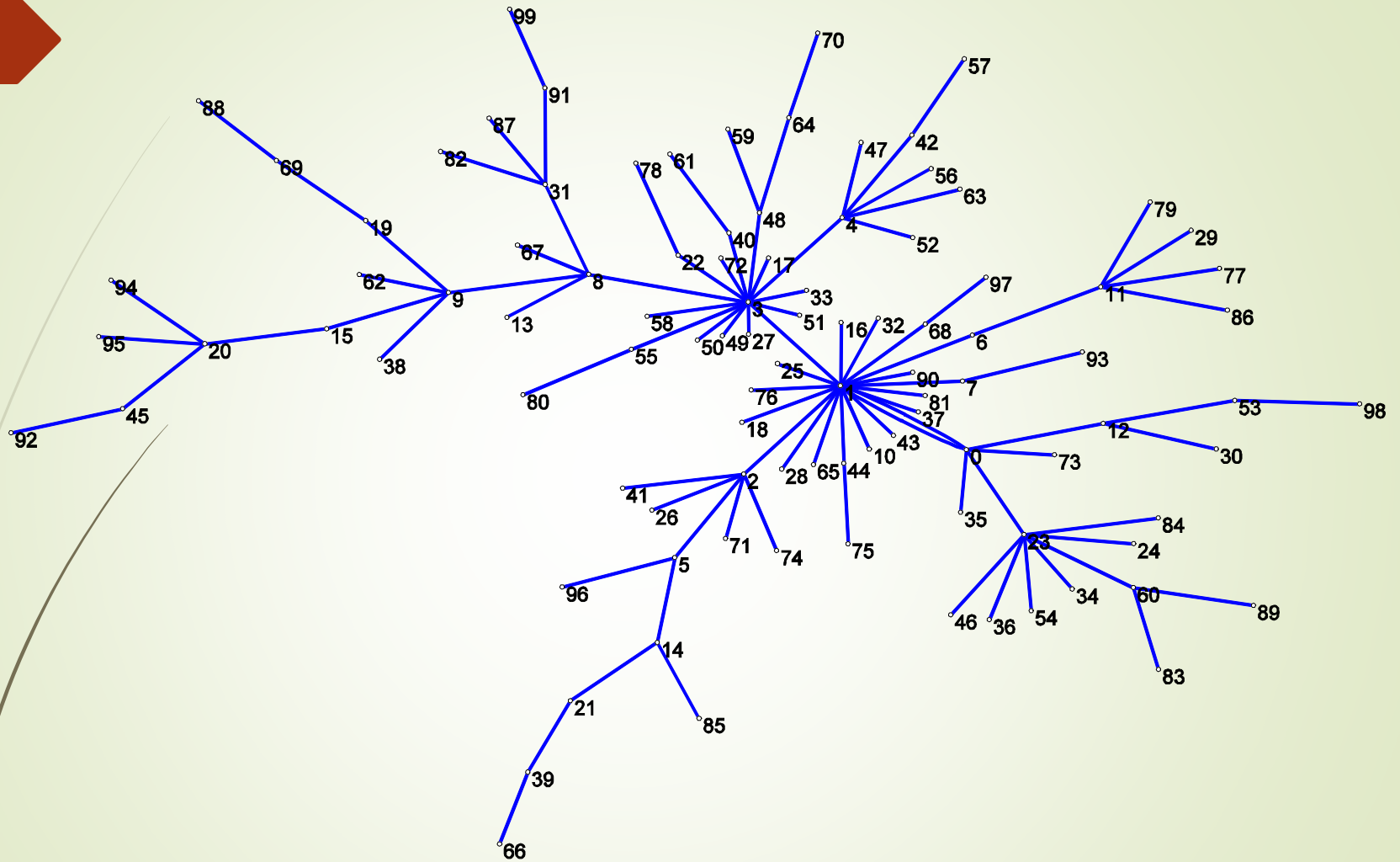
- ▶ 多重接続を許す無向ネットワーク
- ▶ 初期時刻( $t = 2$ )で、二個の頂点を二本の辺で接続

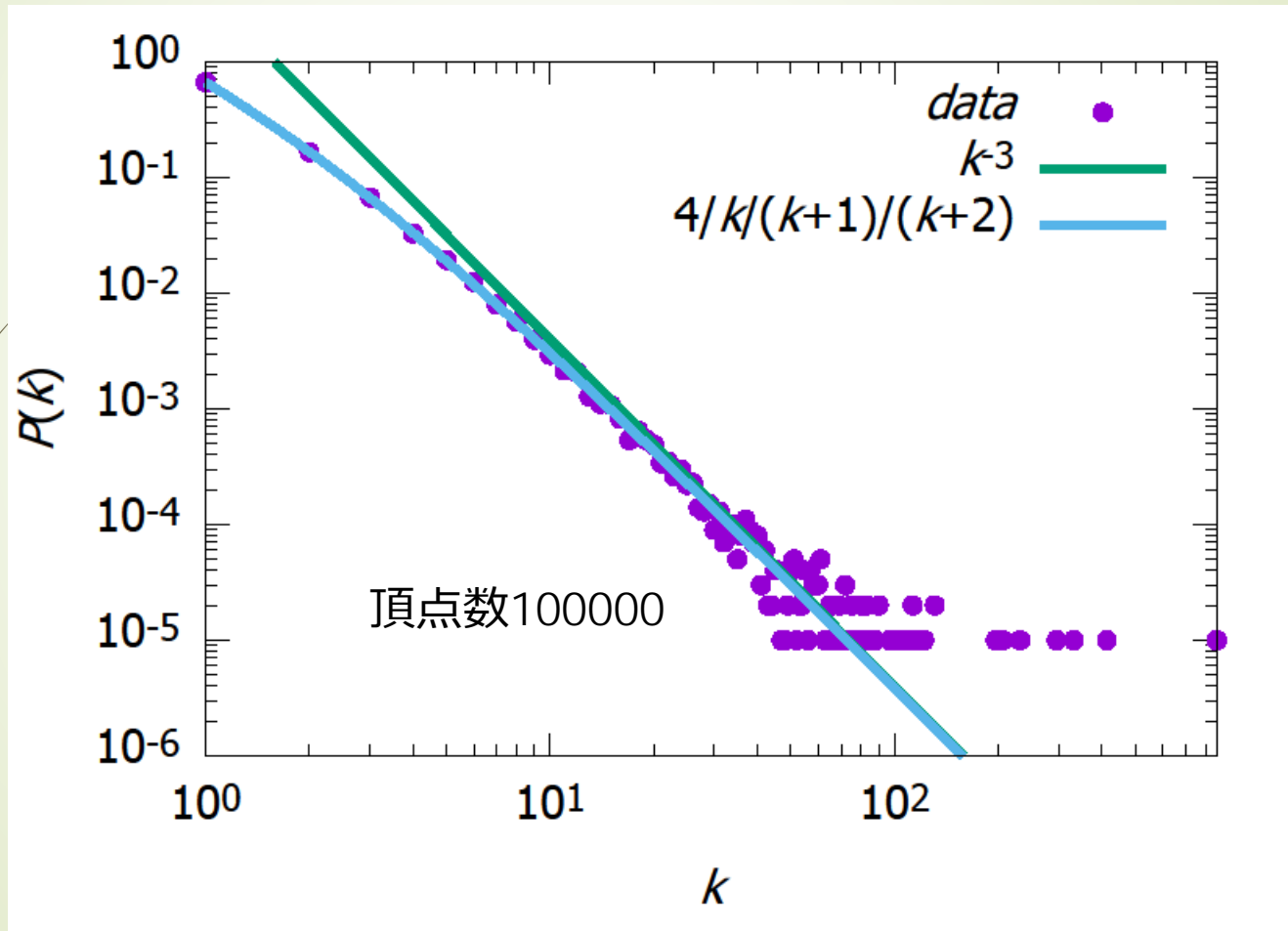


- ▶ 各時刻で、一つの頂点を追加し、既存の頂点を**度数に比例する確率**でランダムに選択して接続
  - ▶ 度数 $k$ の頂点を選ばれる確率： $k/(2t)$
  - ▶ 度数の総和が $2t$ であることに注意
- ▶ 各時刻 $t$ で、 $t$ 個の頂点と $t$ 本の辺
- ▶ 各頂点に、その頂点ができ時刻の番号 $s$ を付ける









# Random Walk

- 無向グラフを考える
- walkerは、隣接頂点をランダムに選んで移動
- 時刻 $t$ に頂点 $i$ に居る確率 $p_i(t)$

$$p_i(t) = \sum_j \frac{A_{ij}}{k_j} p_j(t-1)$$

- $A_{ij}$ :隣接行列: $j$ から $i$ へ弧がある場合1
- $k_j$ :頂点 $j$ の次数

$$\vec{p}(t) = AD^{-1}\vec{p}(t-1)$$

$$D_{ij} = \begin{cases} k_i & i = j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

➡ 平衡狀態(equilibrium)

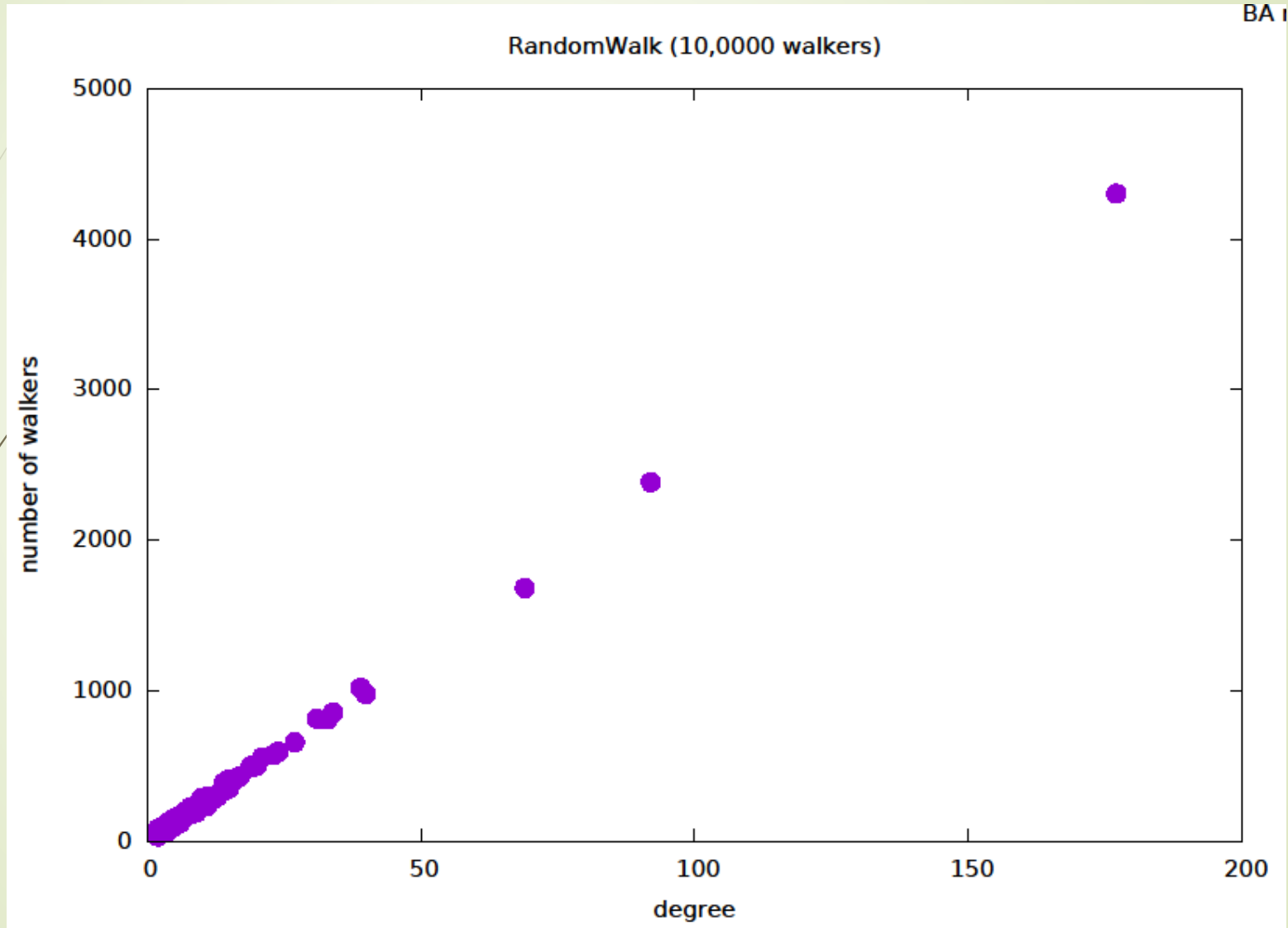
$$\vec{p} = AD^{-1}\vec{p}$$

$$(1 - AD^{-1})\vec{p} = (D - A)D^{-1}\vec{p} = LD^{-1}\vec{p}$$

$$L = D - A$$

- $L = D - A$  : graph Laplacian
- 単連結の場合
  - $L\vec{v} = \vec{0}$ の解  $\rightarrow \vec{v} = a\vec{1}$
- $D^{-1}\vec{p} \propto \vec{1} \rightarrow \vec{p} \propto D\vec{1}$

$$p_i = \frac{k_i}{\sum_j k_j}$$



# SIS モデル

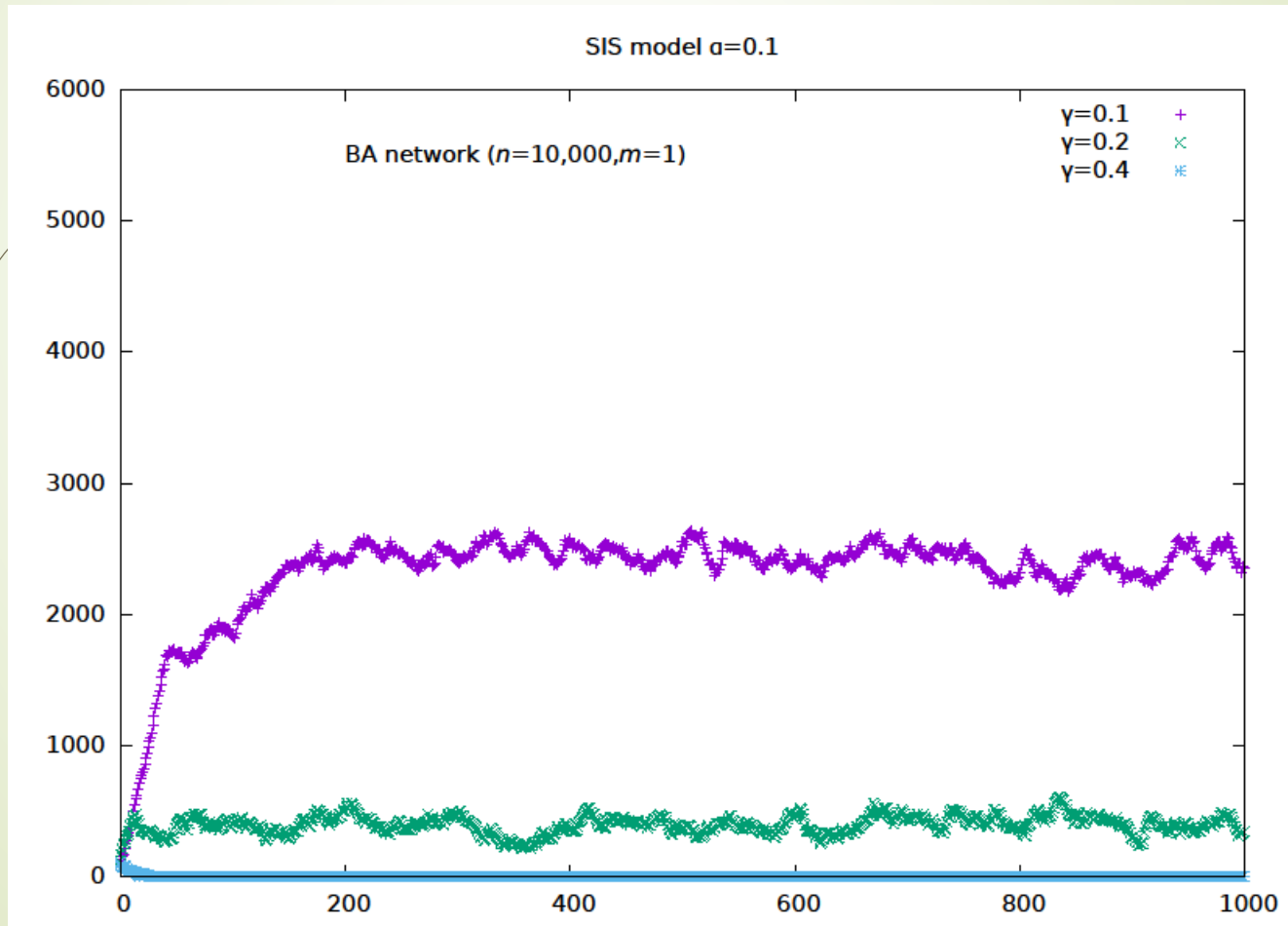
- 伝染病モデルの一つ
- 各個体には二つの状態
  - Susceptible
    - Infected個体が隣接すると確率 $\alpha$ で罹患
  - Infected
    - 確率 $\beta$ で回復しSusceptibleへ

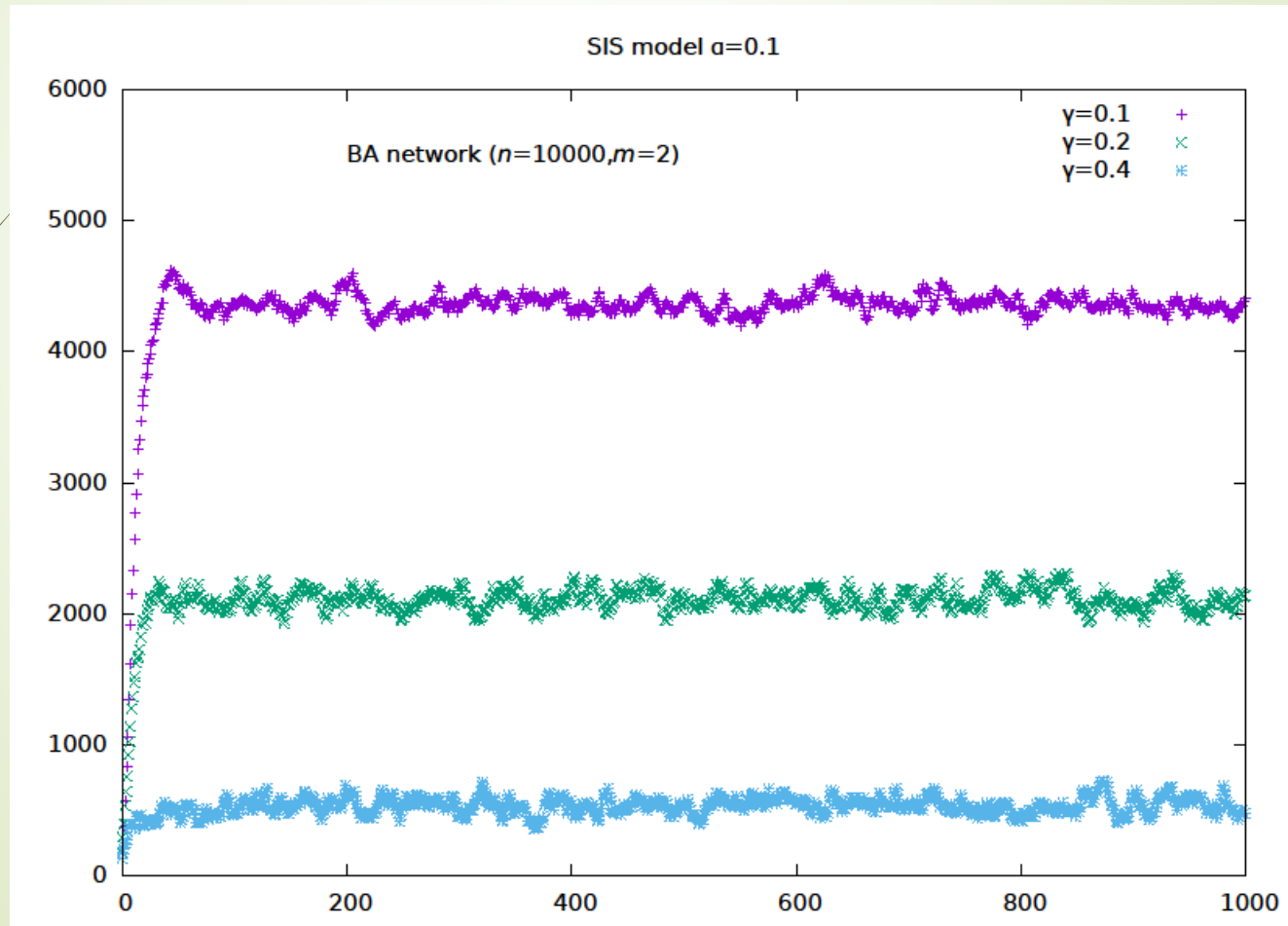


# Network上のSISモデル

- 頂点に個体を対応つける
- 初期に少数のInfected個体
- Infected個体数の時間変化

# Infected個体数時間變化





# 各頂点がInfectedであった時間ステップ

