Epidemic Model
伝染病モデル

Introduction
Epidemic Model

- 病気の伝染：接触過程(contact process)
- 伝染病が蔓延(spread)するか絶滅(extinct)するか
  - 病気の伝染しやすさ(strength)
  - 個体密度(density of individuals)
- 個体間のネットワーク構造
  - Depending on network structures

Basic Model

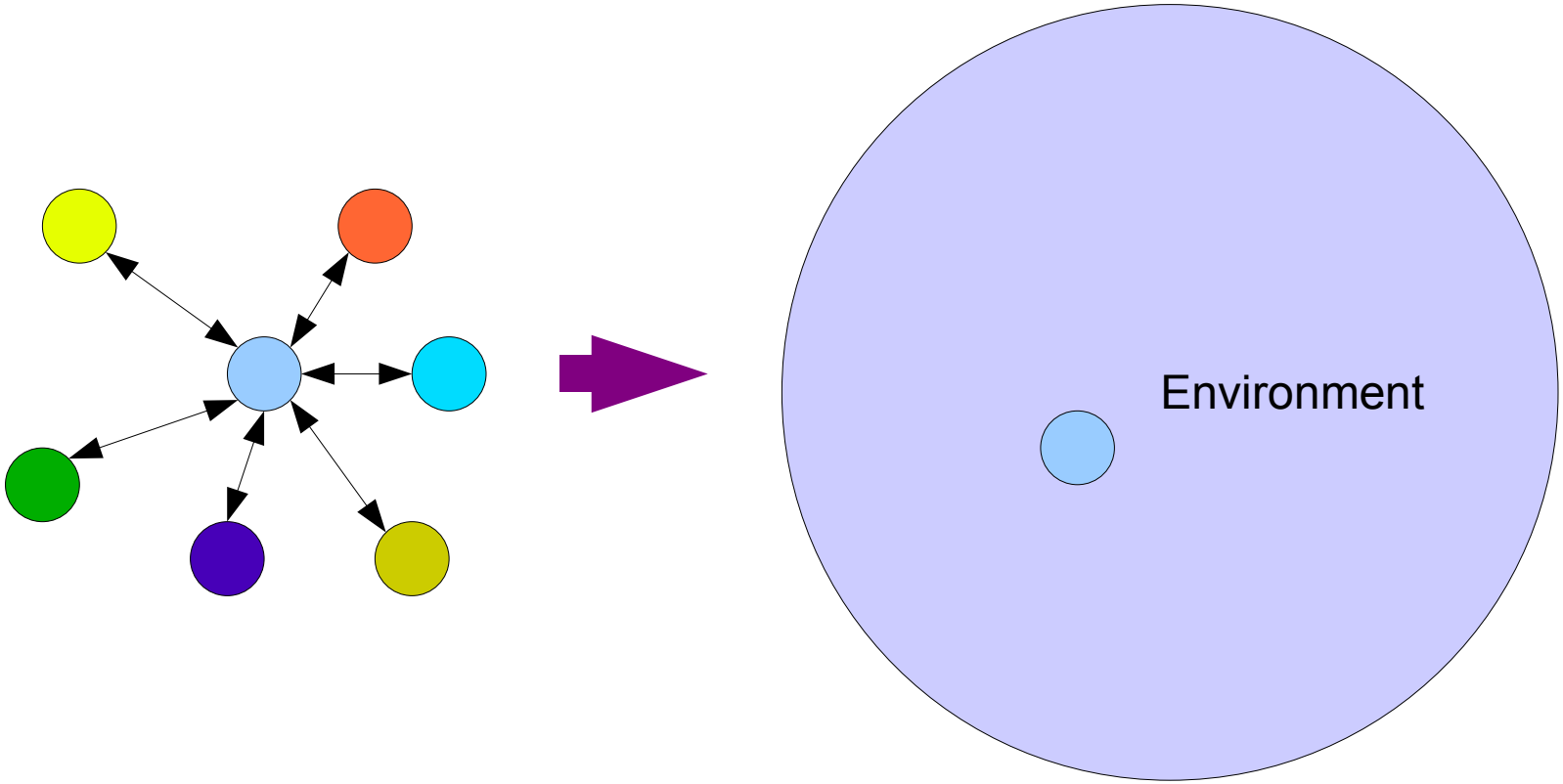
- 個体には3状態
  - Susceptible : 病気に感染する可能性あり
  - Infective : 病気に感染している。他の個体を感染させることができる。
  - Recovered : 病気が治り、免疫状態にある

平均場(mean field)

- 本来は、各個体が置かれた周囲の状況(local configuration)に依存して状態が変化
  - 各個体の時間変化を追跡
  - 非常に困難
- 周囲の状況を平均で置き換える
  - Replace the Environment by the average.
- 場所に依存しない運動方程式

$$S(\vec{x}, t) \to S(t)$$

平均場の考え方



平均場の時間発展

- $S(t)$, $I(t)$, $R(t)$ は各状態の個体数

$$R(t+1)=R(t)+p_r I(t)$$

$$I(t+1)=I(t)+p_i S(t)\left[\sum_{i=1}^{z}\binom{z}{i}I^i(t)\left(1-I(t)\right)^{z-i}\right]-p_r I(t)$$

$$=\left(1-p_r\right)I(t)+p_i\left[1-\left(1-I(t)\right)^z\right]S(t)$$

$$C=S(t)+I(t)+R(t)=\text{const.}$$

初期にわずかに感染者が侵入

- Initial condition

$$R(0)=0,\quad I(0)=C-S(0)$$
$$I(1)-I(0)=\left(z\,p_i S(0)-p_r\right)I(0)+O\left(I^2(0)\right)$$

- Threshold condition for spreading

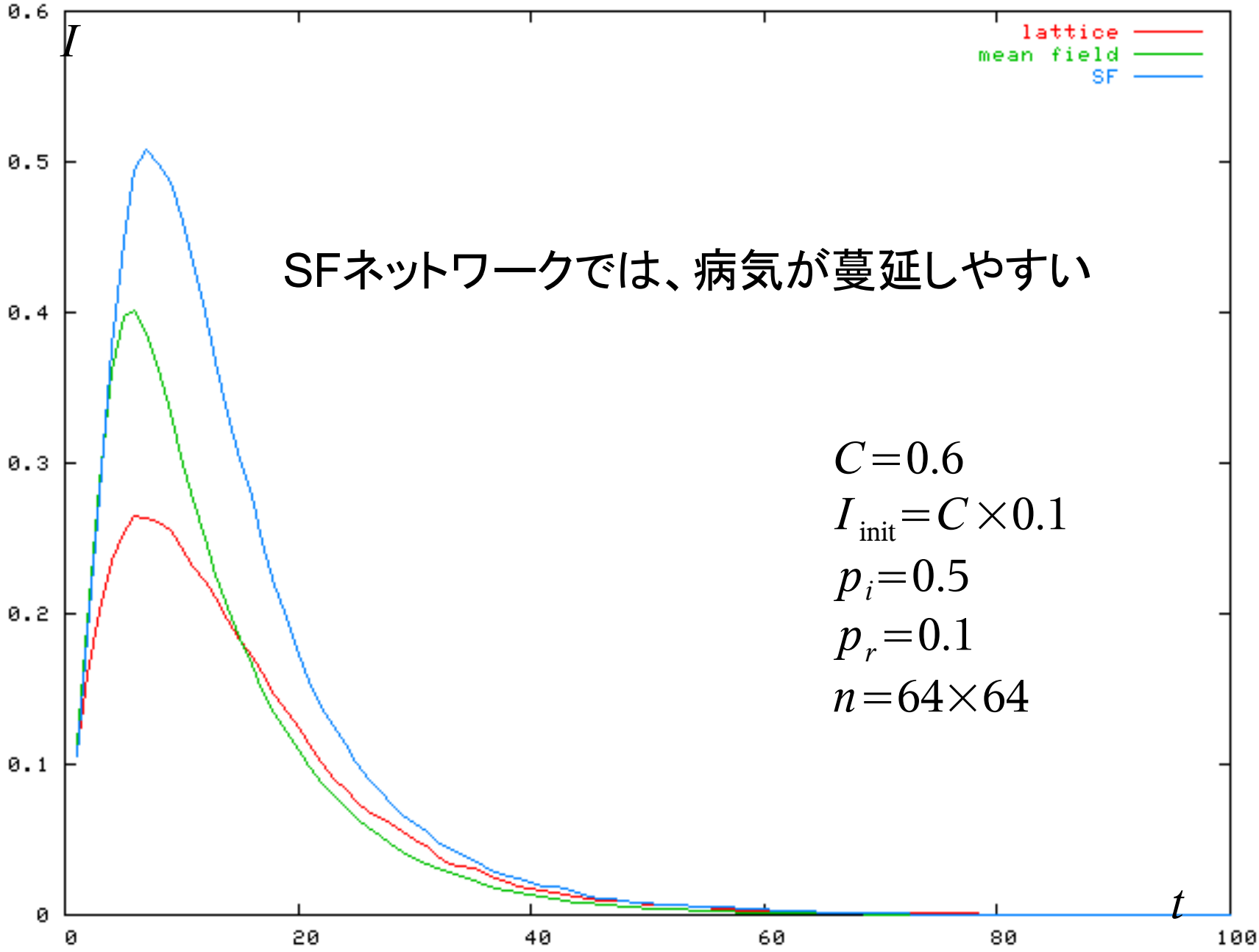
$$z\,p_i S(0)-p_r>0$$

- Thresholdの存在の指摘
  - W. D. Kermack and A. G. McKendrick, Proc. R. Soc. A**115** (1927) 700.

- 平均場(Mean Field Model)
- 正規格子(2D Regular Lattice)
- SF network
  - m=1 Barabási-Albert network

正方格子

- S-State
  - 隣接格子にI-State個体が存在
    - 確率p_iでI-Stateへ
- I-State
  - 確率p_rでR-Stateへ
- 周期境界条件
  - 無限系を模倣



SFネットワークでは、病気が蔓延しやすい

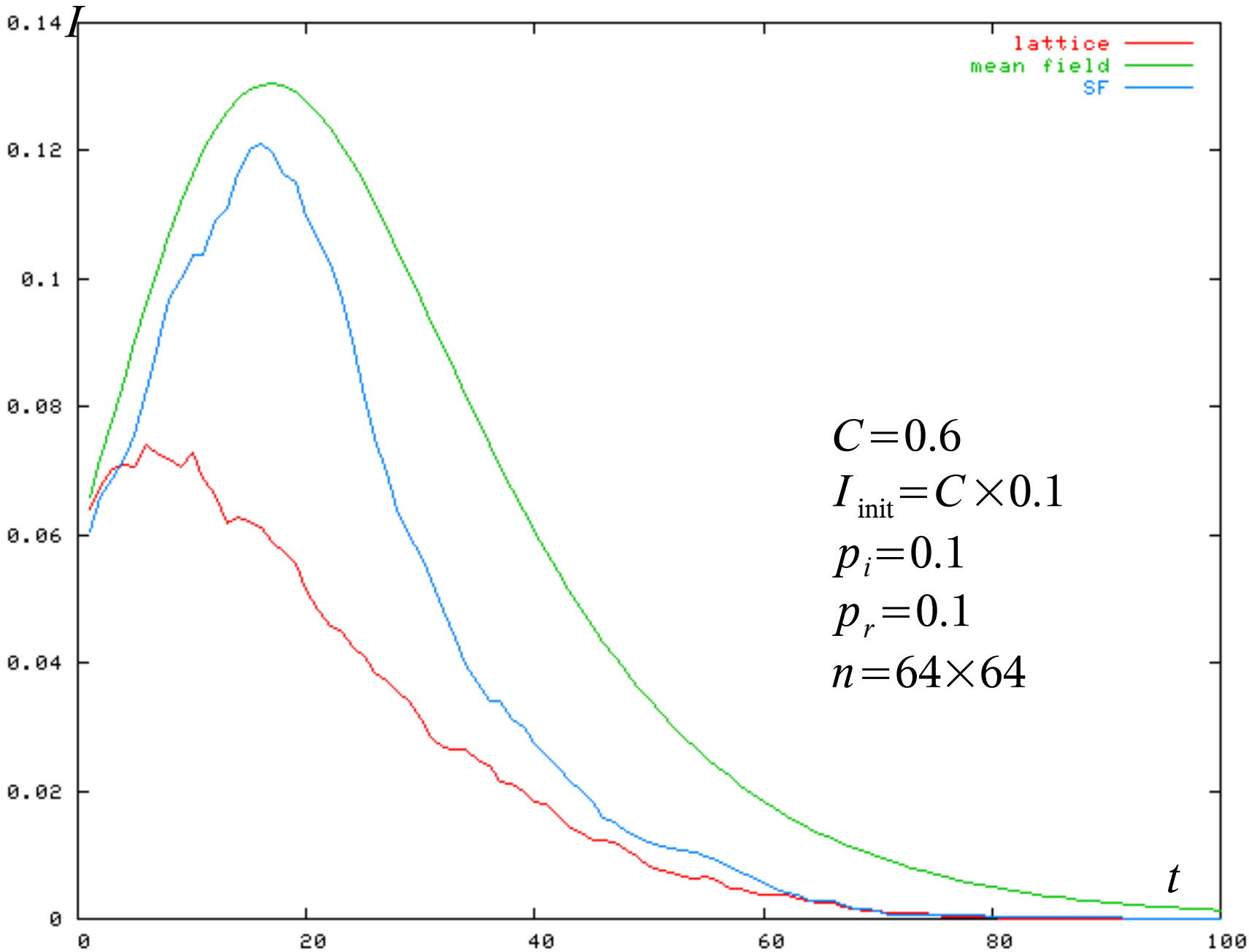
$C=0.6$

$I_{\mathrm{init}}=C\times 0.1$

$p_i=0.5$

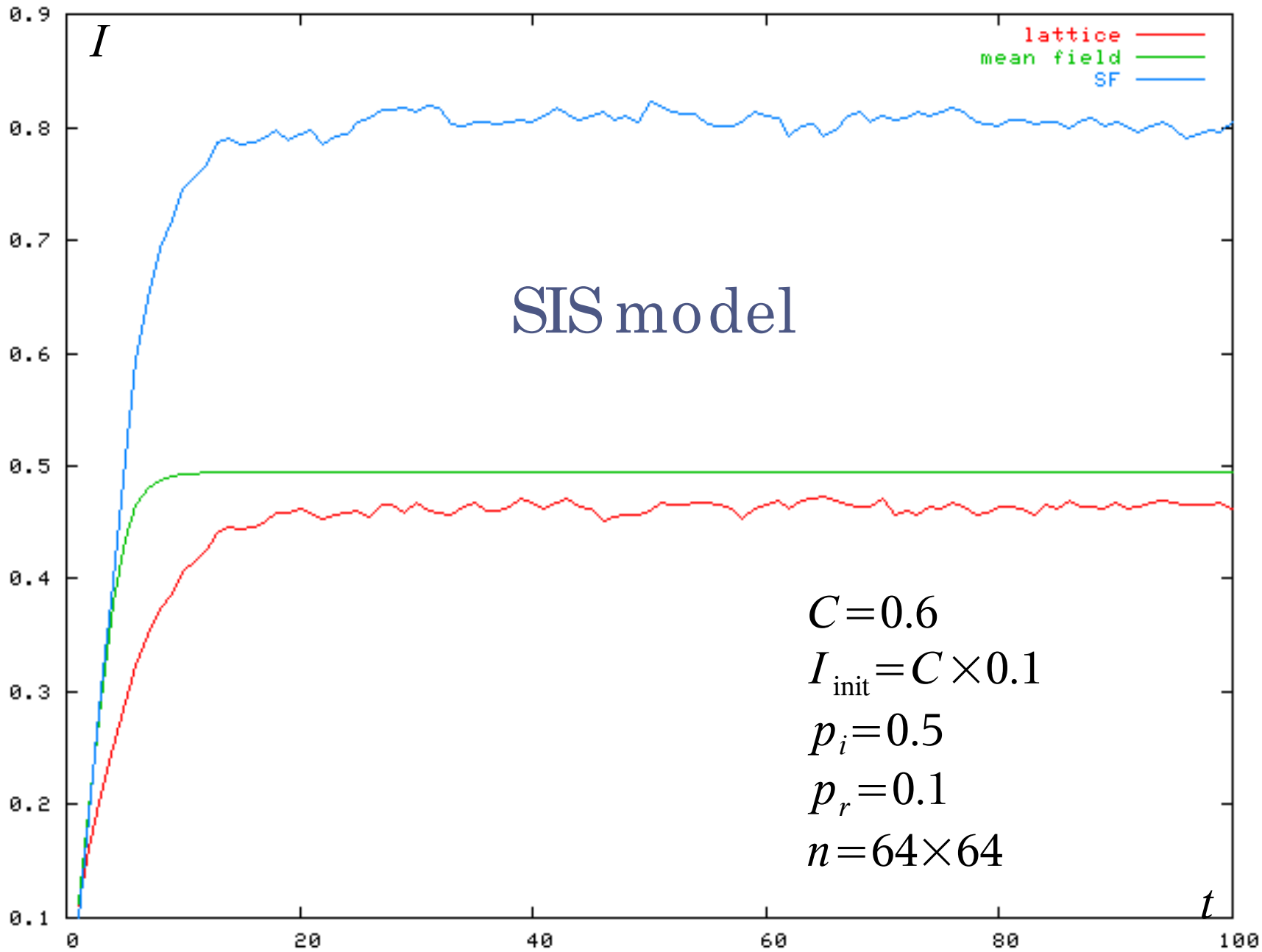
$p_r=0.1$

$n=64\times 64$

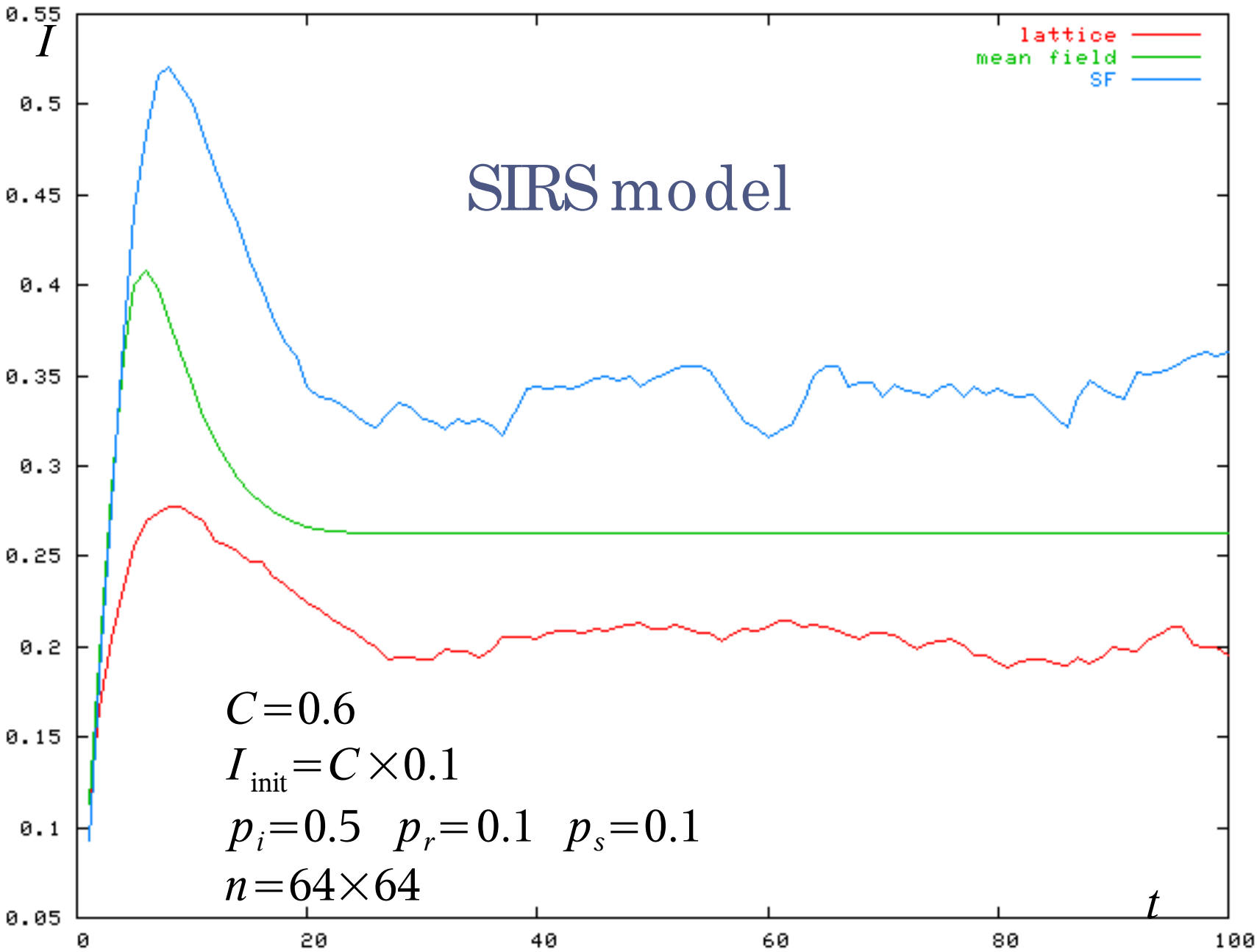

I
0.14
0.12
0.1
0.08
0.06
0.04
0.02
0
0
20
40
60
80
100
t
lattice
mean field
SF
$C=0.6$
$I_{\text{init}}=C\times 0.1$
$p_i=0.1$
$p_r=0.1$
$n=64\times 64$

Extensions

- SIS model
  - $S \Rightarrow I \Rightarrow S$
- SIRS model
  - $S \Rightarrow I \Rightarrow R \Rightarrow S$


I
lattice
mean field
SF
SIS model
$C=0.6$
$I_{\text{init}}=C\times 0.1$
$p_i=0.5$
$p_r=0.1$
$n=64\times 64$
t
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
20
40
60
80
100

SIRS model


I
t
lattice
mean field
SF
0.55
0.5
0.45
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
20
40
60
80
100
$C=0.6$
$I_{\text{init}}=C\times 0.1$
$p_i=0.5 \quad p_r=0.1 \quad p_s=0.1$
$n=64\times 64$