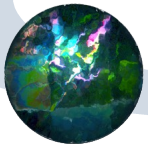
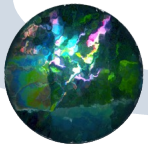


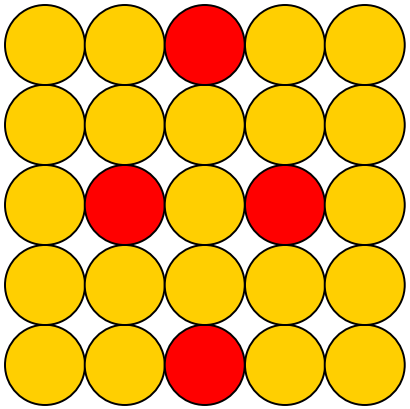
Regular Graphs
Percolation(浸透現象)

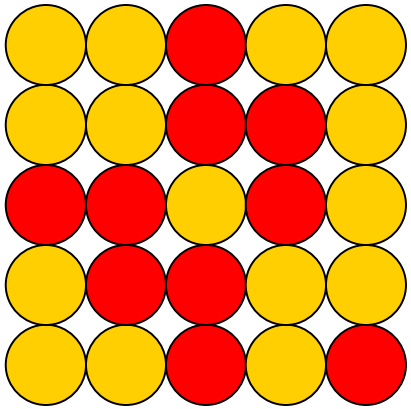


Regular Graphs

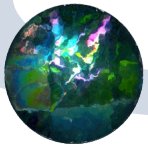
- 規則的な格子(lattice)系を考える
  - 1次元の鎖
  - 2次元の格子系：正方格子、三角格子、六角格子
  - 3次元の格子系：
    - 立方体格子、面心立法、体心立法、六法最密

浸透現象：Percolation





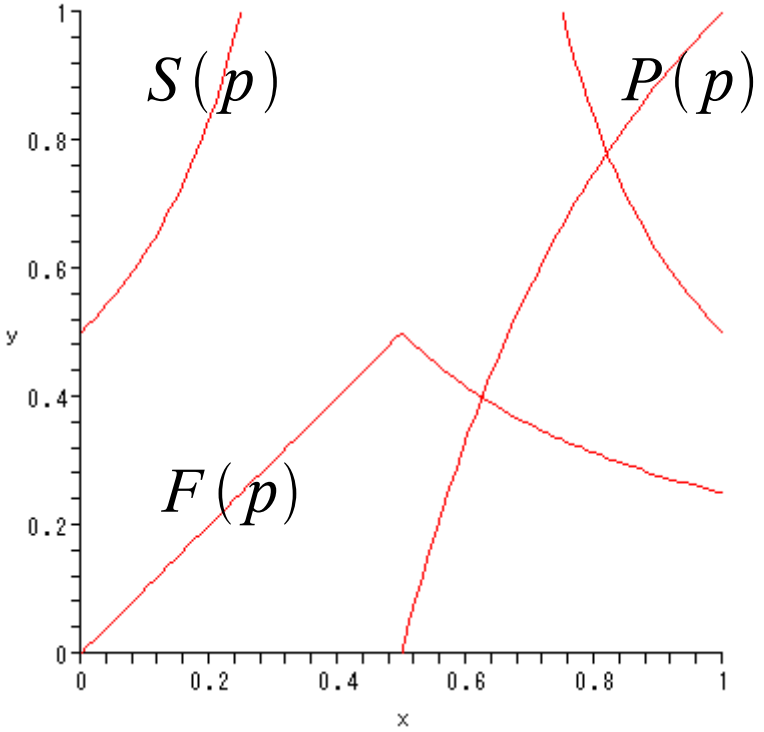
p：小 → p：大

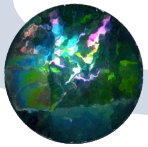


- p が小さい
  - クラスタ(cluster)は系の大きさに比べて小さい
- p が大きい
  - クラスタは系の大きさくらい大きい
- $p = p_c$ ：相転移(phase transition)
  - クラスタサイズがちょうど系の大きさになるところ
  - できたクラスタはフラクタル(fractal)
  - 臨界現象(critical phenomena)

臨界現象：転移点での異常

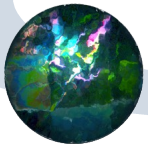
- 有限サイズクラスタの平均クラスタサイズ
  $S(p)$
- 任意の格子点が有限サイズクラスタに属する確率
  $F(p)$
- 任意の格子点が無限サイズクラスタに属する確率
  $P(p)$
- 浸透閾値
  p_c



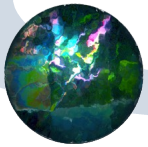


クラスタ識別アルゴリズム

- 2次元正方格子上のサイト過程
  - 固定境界：系の外側に何もない
  - 2次元格子上に0と1がランダムに配置
  - 1を持つ格子が作るクラスタを識別する

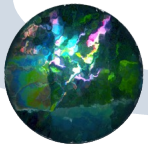


- 上の列から
  - 左から右へ
    - そのサイトが占有されている場合
      - 左のサイトが空で、上のサイトが空の場合
        - 新しい番号を振る
      - 左のサイトが占有され、上のサイトが空の場合
        - 左のサイトと同じ番号を振る



- 左のサイトが空で、上のサイトが占有されている場合
  - 上のサイトと同じ番号を振る
- 左と上のサイトが占有されている場合
  - 番号の小さいものを振る
  - 大きい番号から小さい番号へのリンクを作る

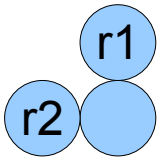
- 番号の統一をする



クラスタ番号の管理

- 格子上の粒子にクラスタ番号を割り当てる
- クラスタ番号
  - 番号 k
  - 他のクラスタ番号への参照 r

- r1.k<r2.kの場合を考える
- r1とr2の参照を最後までたどる
  -

$$r_1 \to r_1^{(1)} \to r_1^{(2)} \to \ldots \to r_1^{(n)}$$
$$r_2 \to r_2^{(1)} \to r_2^{(2)} \to \ldots \to r_2^{(m)}$$

$$\text{if} \quad r_2^{(m)}.k < r_1^{(n)}.k$$
$$r_1^{(n)}.r = r_2^{(m)}$$
$$\text{else}$$
$$r_2^{(n)}.r = r_1^{(m)}, r_2.r = r_1$$