Small World

序論

- 複雑ネットワークの特徴
  - 要素間の距離が短い
- D. J. Watts and S. H. Strogatz, Nature **393** (1998) 440. (DOI:10.1038/30918)
- 平均最短が短い(Small World効果)ネットワークの例
- 正則なネットワークとランダムなネットワークの中間

正則でも乱雑でもないネットワーク

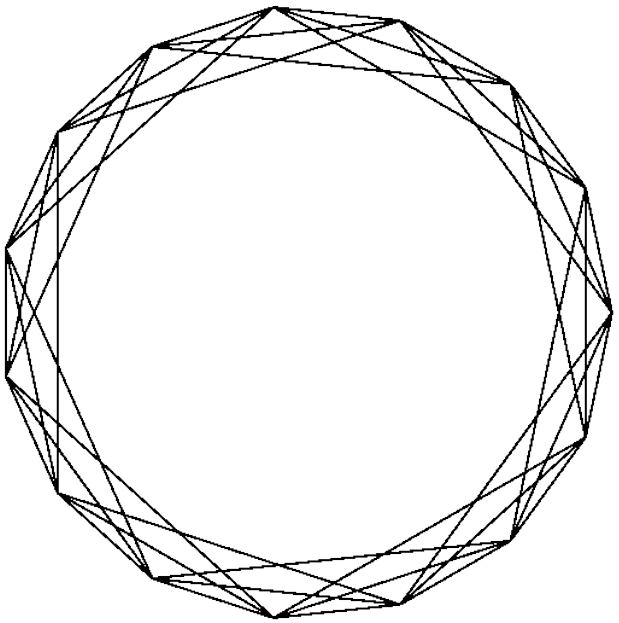
- 正方格子
  - 影響の伝播が遅い
  - 要素間の距離が長い
- 完全乱雑系
  - 平均場：影響の伝播速度が無限大
  - 要素間の距離が近すぎる
- 正則な格子系と完全乱雑系の間
  - 適当な短い距離
  - 興味深い現象

様々な現実のネットワーク

- 要素間の平均距離
  - 神経回路：2．65
  - 発電所・変電所：18．7
  - 映画俳優：3．65

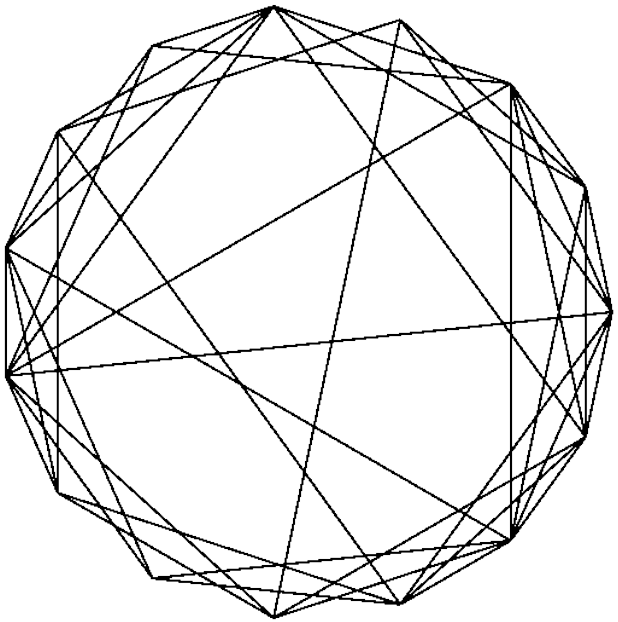
Small World Networkの生成

- リング上の正則格子
- N: 要素数、 k： 要素当たりのリンク数



$N=15,\ k=3$

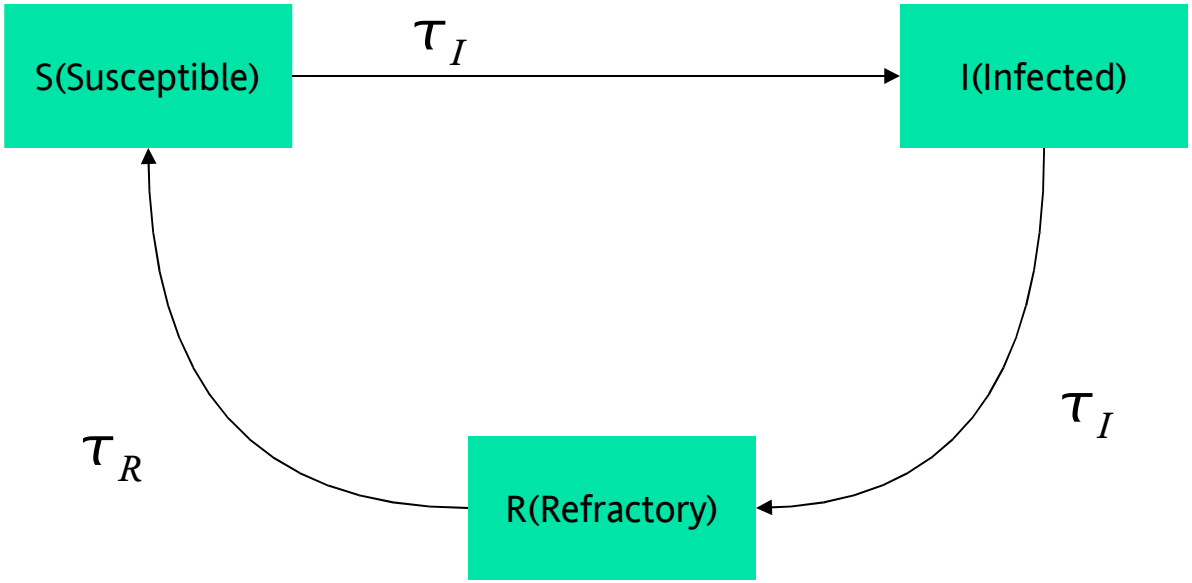
- 確率p で、リンクをつなぎ変える
  - 自己へのリンクと二重リンクは禁止
  - Connected graphを維持



$N=15,\ \ k=3,\ \ p=0.2$

伝染病モデル

- 各個体には、状態変数と時計がある



- 状態変数 $\pi_i(t)$ と時計 $\tau_i(t)$

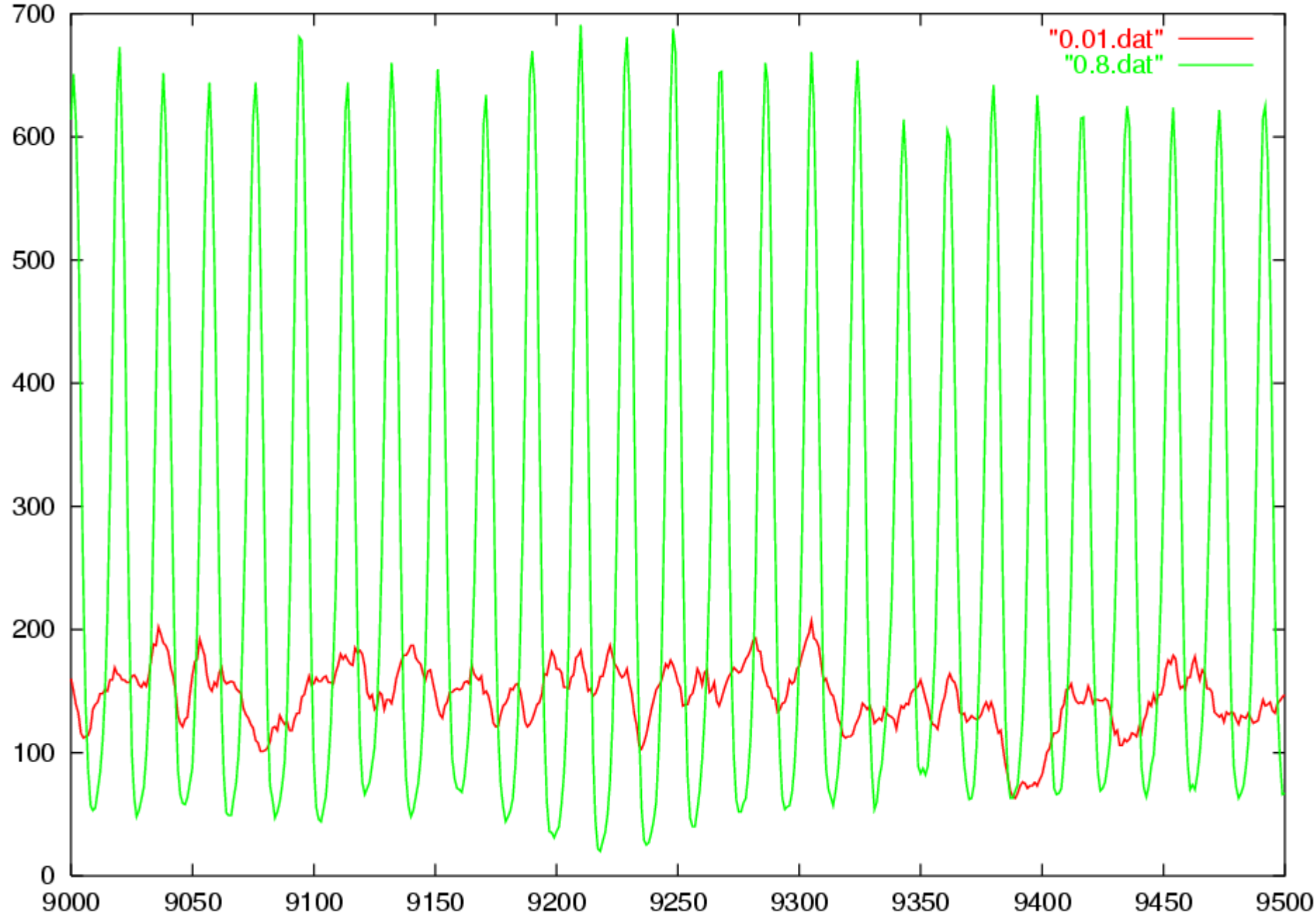
$$\pi_i(t)=S \quad \text{if} \quad \tau_i(t)=0$$
$$\pi_i(t)=I \quad \text{if} \quad \tau_i(t)\in[1,\tau_I]$$
$$\pi_i(t)=R \quad \text{if} \quad \tau_i(t)\in[\tau_I+1,\tau_R]$$

$$
\begin{aligned}
&\tau_i(t+1)=0 && \text{if } \tau_i(t)=0 \text{ and no infection occurs} \\
&\tau_i(t+1)=1 && \text{if } \tau_i(t)=0 \text{ and infected} \\
&\tau_i(t+1)=\tau_i(t)+1 && \text{if } 1\le\tau_i(t)<\tau_R \\
&\tau_i(t+1)=0 && \text{if } \tau_i(t)=\tau_R
\end{aligned}
$$

Simulation

- 乱雑さp が小さい場合
  - 伝染病は、低いレベルで安定する
- 乱雑さp が大きい場合
  - 伝染病の活動が振動する
  - 系に同期的動きが存在する
  - 「位相」の平均

$N=10^4, \quad k=3, \quad \tau_I=4, \quad \tau_R=9$



今後の展開

- 相転移現象の検討
- パケット流への応用
- 出発点となる正則なシステムを変えると?
- 平均場理論
- 他のrandomness
  - Boccaraらのモデル

Edge of Chaos?

- 正則系：揺らぎ(変化)の伝播が困難
- 乱雑系・カオス系：揺らぎ(変化)が系の構造を大域的に壊してしまう。
- 中間的な乱雑さ
  - 揺らぎの影響が部分的に生き残る
  - 進化などに役立つ