



有限オートマトン

離散数学・オートマトン

2020年後期

佐賀大学工学部 只木進一

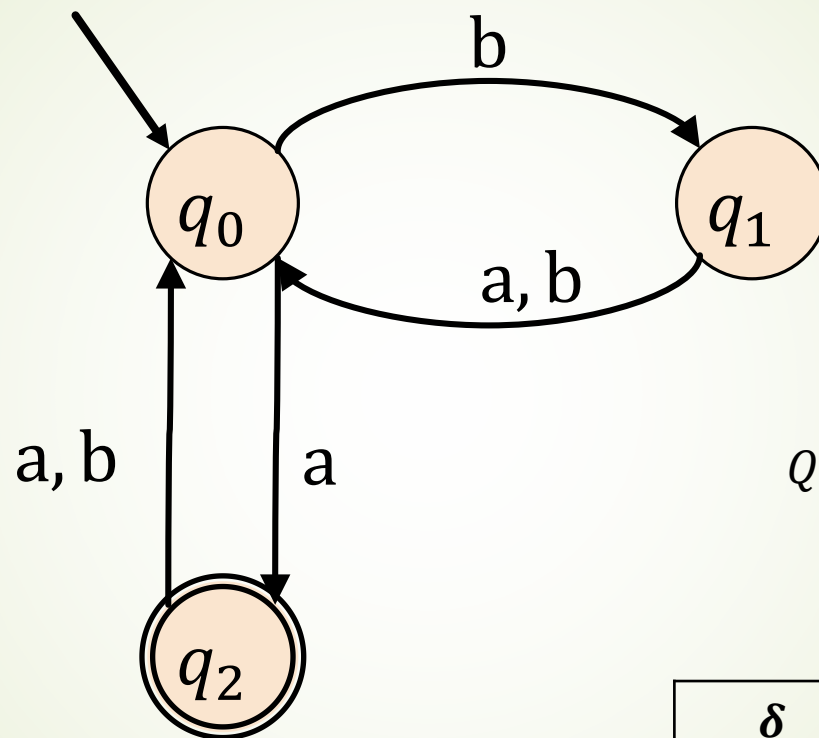
オートマトンと形式言語

- ▶ オートマトン (Automaton)
 - ▶ 計算の抽象モデル
 - ▶ 「計算する」とは何か？
- ▶ 形式言語 (Formal Language)
 - ▶ オートマトンの入力として正しい言語
 - ▶ 文法を数学的に分析

決定性有限オートマトン Deterministic Finite State Automata : DFA

- ➡ $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$
 - ➡ Q : 内部状態の有限集合
 - ➡ Σ : 入力アルファベット、つまり入力記号の集合
 - ➡ $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$: 状態遷移関数
 - ➡ $q_0 \in Q$: 初期状態
 - ➡ $F \subseteq Q$: 受理状態

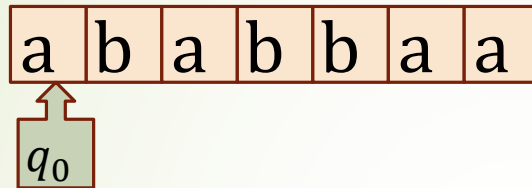
例



$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$$
$$\Sigma = \{a, b\}$$
$$F = \{q_2\}$$

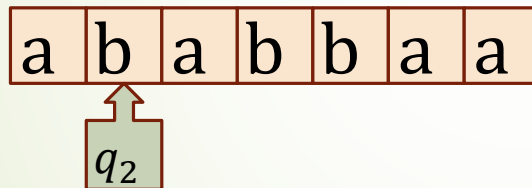
δ	a	b
q_0	q_2	q_1
q_1	q_0	q_0
q_2	q_0	q_0

動作イメージ

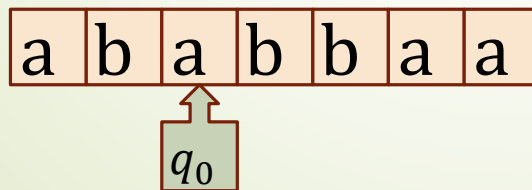


入力テープ

$$(q_0, ababbaa) \vdash_M (q_1, babbaa)$$



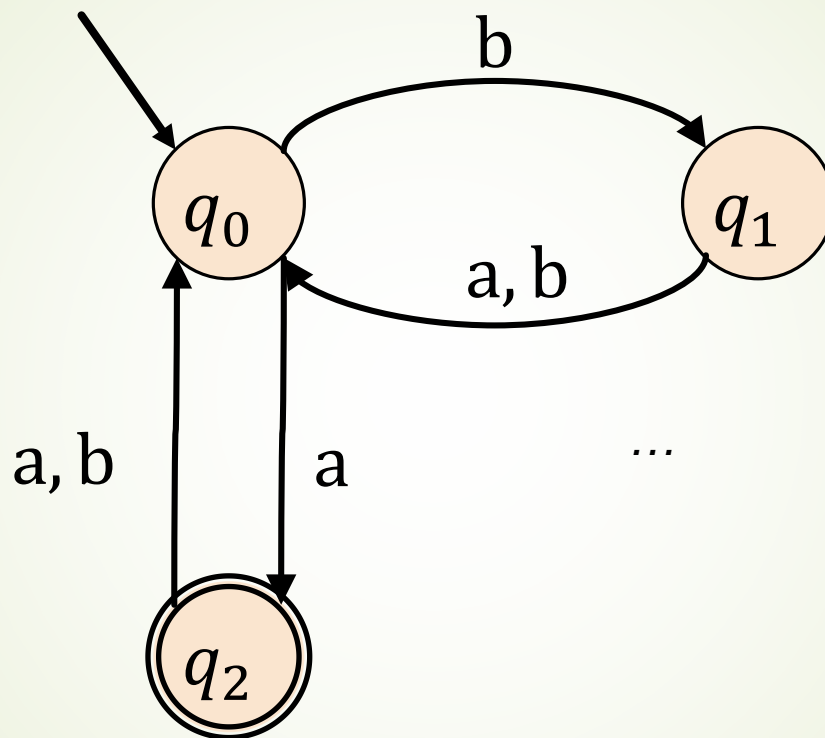
$$(q_1, babbaa) \vdash_M (q_0, abbaa)$$



\vdash_M の推移的閉包と受理言語

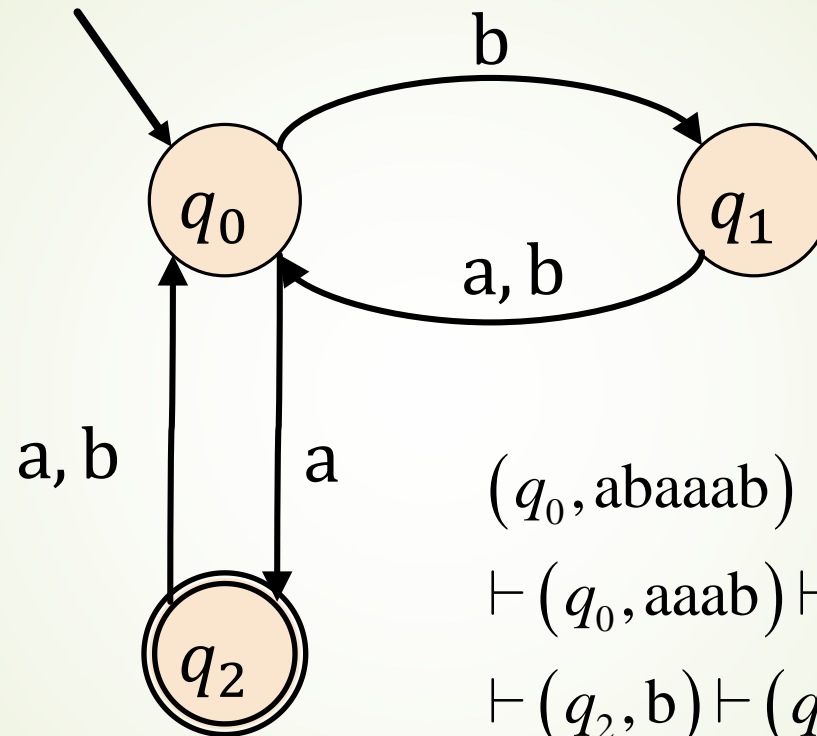
- 入力 $w \in \Sigma^*$ (Σ^* は Σ の要素の0個以上の列) によって、初期状態 q_0 から状態 q へ遷移し、テープに残っている文字列が w'
 - $(q_0, w) \vdash_M^* (q, w')$
- 入力 w を受理
 - $(q_0, w) \vdash_M^* (q_F, \epsilon), q_F \in F$
- 受理言語
 - $L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid (q_0, w) \vdash_M^* (q_F, \epsilon), q_F \in F\}$
 - DFAが受理言語を定める

受理する入力の例



a, aaa, aba, baa, bba,
aaaaa, aaaba, abaaa,
babaa, babba, bbbba, bbbba,

動作例:



$$(q_0, abaaab) \vdash (q_2, baaab)$$

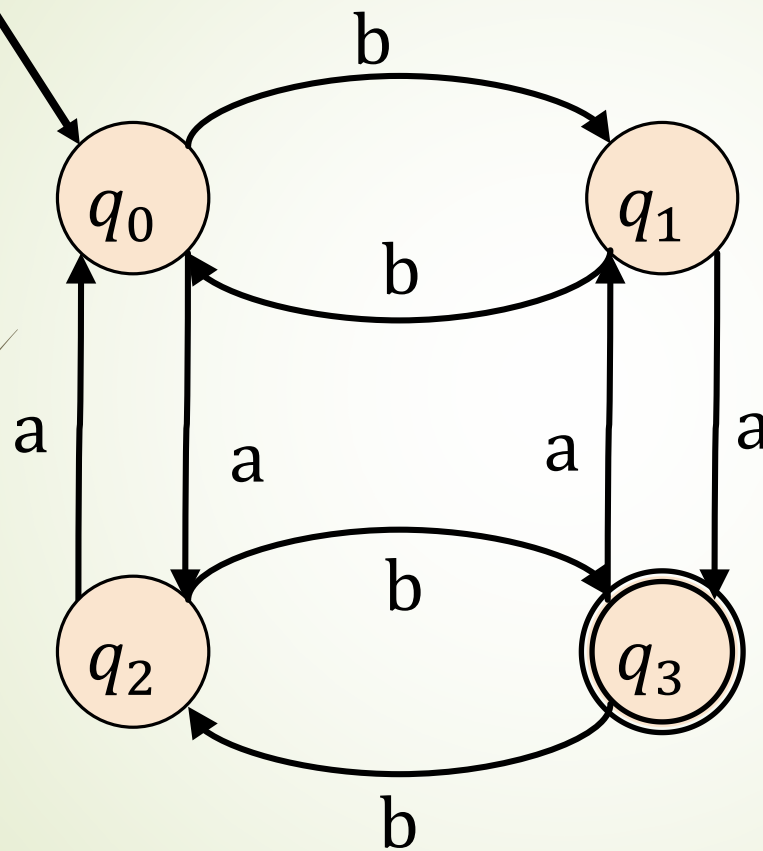
$$\vdash (q_0, aaab) \vdash (q_2, aab) \vdash (q_0, ab)$$

$$\vdash (q_2, b) \vdash (q_0, \epsilon)$$

$$(q_0, abaaa) \vdash (q_2, baaa)$$

$$\vdash (q_0, aaa) \vdash (q_2, aa) \vdash (q_0, a) \vdash (q_2, \epsilon)$$

例2



$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$F = \{q_3\}$$

δ	a	b
q_0	q_2	q_1
q_1	q_3	q_0
q_2	q_0	q_3
q_3	q_1	q_2

動作例

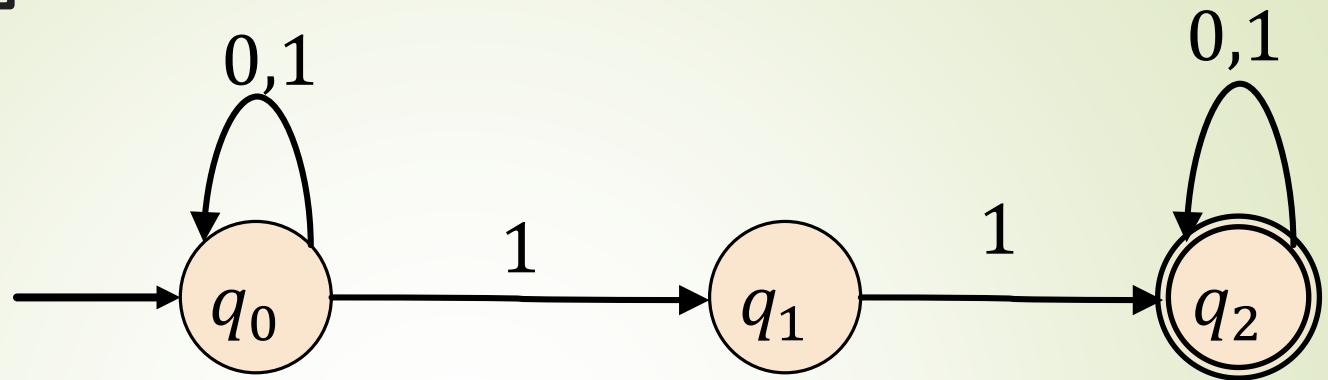
$$(q_0, aaaaab) \vdash (q_2, aaaab) \vdash (q_0, aaab) \\ \vdash (q_2, aab) \vdash (q_0, ab) \vdash (q_2, b) \vdash (q_3, \epsilon)$$
$$(q_0, abbaba) \vdash (q_2, bbaba) \vdash (q_3, baba) \\ \vdash (q_2, aba) \vdash (q_0, ba) \vdash (q_1, a) \vdash (q_3, \epsilon)$$

非決定性有限オートマトン

Non-deterministic Finite State Automata

- $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$
 - Q : 内部状態の集合
 - Σ : 入力アルファベット、つまり入力記号の集合
 - $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$: 状態遷移関数
 - 2^Q は Q のべき集合、つまり Q の部分集合の族。遷移先が複数であることに注意
 - $q_0 \in Q$: 初期状態
 - $F \subseteq Q$: 受理状態

例



$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$$
$$\Sigma = \{0, 1\}$$
$$F = \{q_2\}$$

δ	0	1
q_0	$\{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$
q_1	\emptyset	$\{q_2\}$
q_2	$\{q_2\}$	$\{q_2\}$

動作: 入力"1010110"

