

# 有限オートマトンと正規表現

離散数学・オートマトン

2020年後期

佐賀大学工学部 只木進一

# 正規表現 (regular expression)

- 文字列の探索や置換で利用
- 柔軟にパターンを記述できる
- 例
  - “000”の繰り返しを含む
  - 数字が偶数個連続する
  - 指定した文字列の後ろに数字が付いているファイル名

# 正規表現の定義 基礎

- ▶  $a \in \Sigma$ に対して、 $a$ は正規表現であり、その言語は $\{a\}$ である。
  - ▶ 一文字からなる言語
- ▶  $\epsilon$ は正規表現であり、その言語は $\{\epsilon\}$ である。
  - ▶ 長さゼロの文字列からなる言語
- ▶  $\emptyset$ は正規表現であり、その言語は $\emptyset$ である。

# 正規表現の定義 再帰

- ▶  $\alpha$ 、 $\beta$ が言語 $L_\alpha$ 、 $L_\beta$ を表す正規表現のとき
  - ▶  $(\alpha + \beta)$ は $L_\alpha \cup L_\beta$ (和)を表す正規表現
  - ▶  $(\alpha\beta)$ は $L_\alpha L_\beta$ (接続)を表す正規表現
    - ▶  $L_\alpha L_\beta = \{uv \mid u \in L_\alpha, v \in L_\beta\}$
  - ▶  $\alpha^*$ はKleene閉包
    - ▶  $L_\alpha^* = \bigcup_{k=0}^{\infty} L_\alpha^k$ ,  $L_\alpha^0 = \{\epsilon\}$ ,  $L_\alpha^1 = L_\alpha$ ,  $L_\alpha^{k+1} = L_\alpha L_\alpha^k$
  - ▶  $\alpha^+$ は正閉包
    - ▶  $L_\alpha^+ = \bigcup_{k=1}^{\infty} L_\alpha^k$

# 例

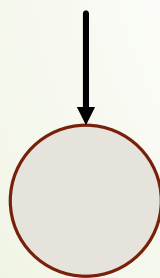
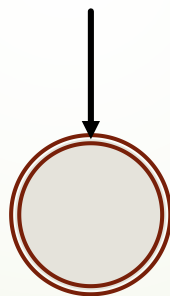
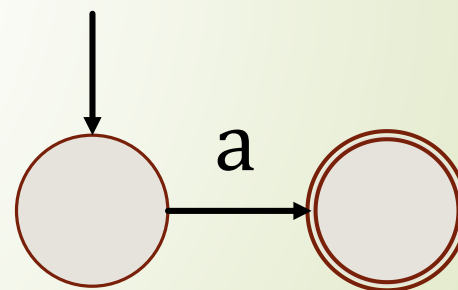
1.  $a, b \in \Sigma$
2.  $a$ は、言語 $\{a\}$ を、 $b$ は言語 $\{b\}$ を表す
3.  $a + b$ は言語 $\{a, b\}$ を表す
4.  $ab$ は言語 $\{ab\}$ を表す
5.  $a(a + b)b$ は言語 $\{aab, abb\}$ を表す
6.  $(a + b)^*$ は $a$ と $b$ からなる、長さ0以上の文字列全体からなる言語を表す

# 正規表現と有限オートマトン

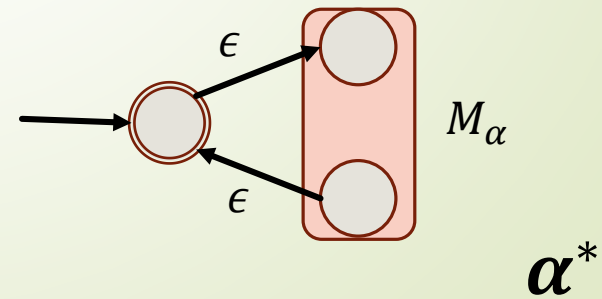
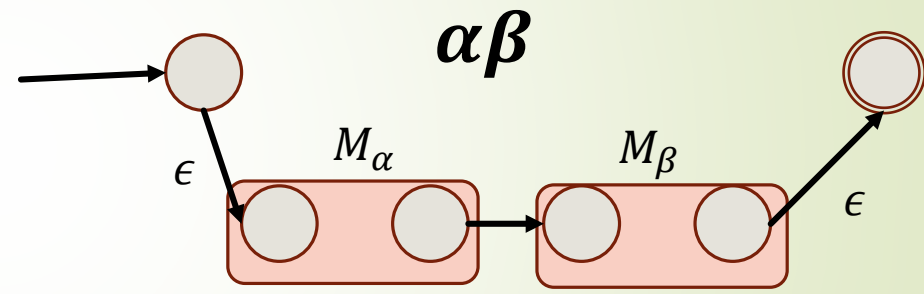
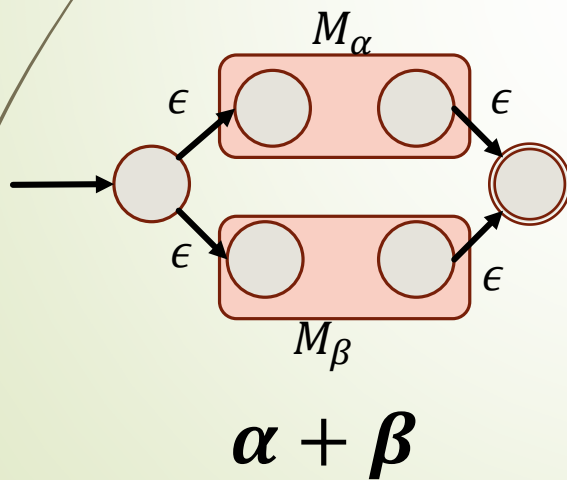
- ▶ 任意の正規表現を受理言語とする有限オートマトンを構成することができる
- ▶ 任意の有限オートマトンの受理言語を表す正規表現を構成することができる

# 正規表現を受理する有限オートマトン

- ➡ 正規表現の構成を順に追ってFAを構成
- ➡ 基礎:  $a, b \in \Sigma$

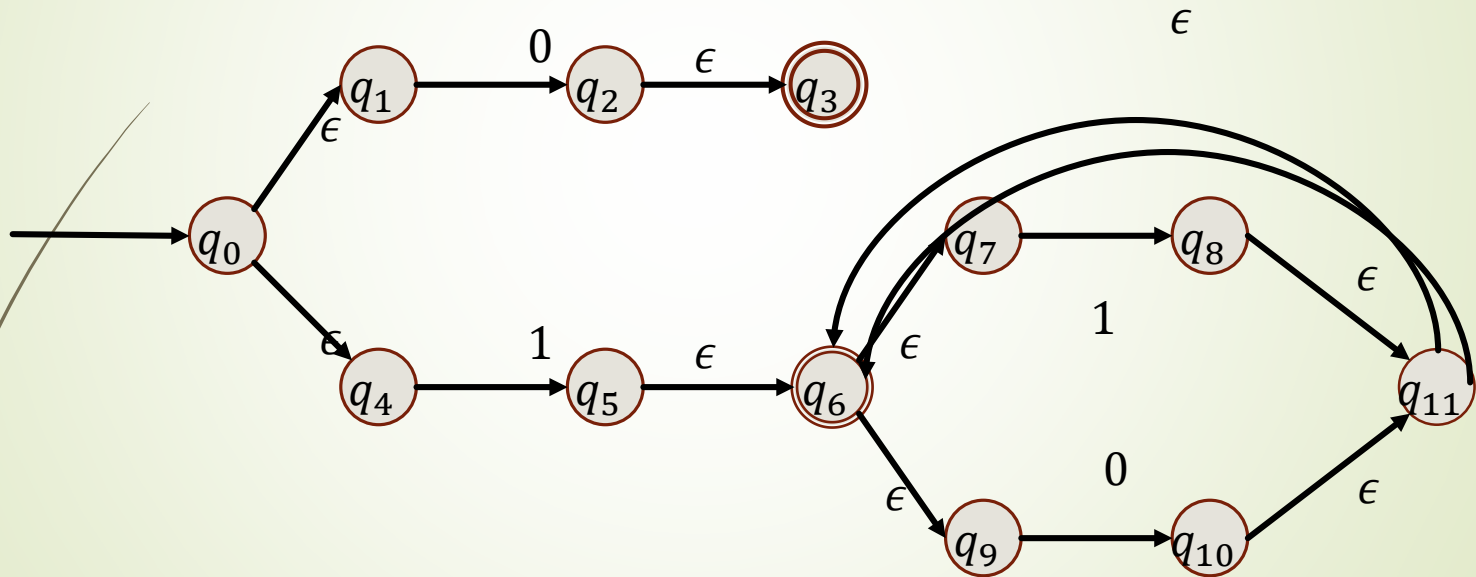
 $\emptyset$  $\epsilon$  $a$

## 和、連接、Kleene閉包

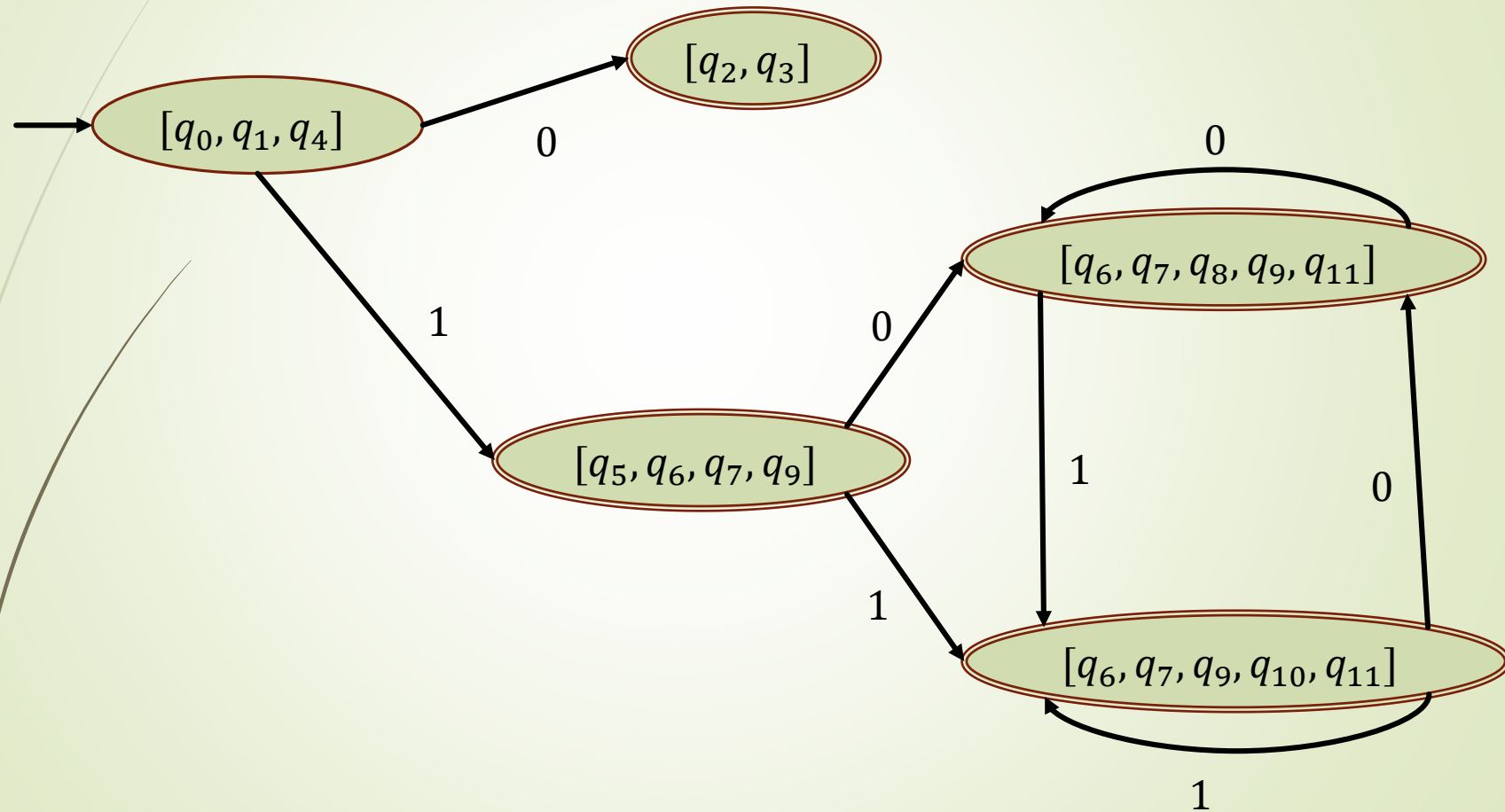




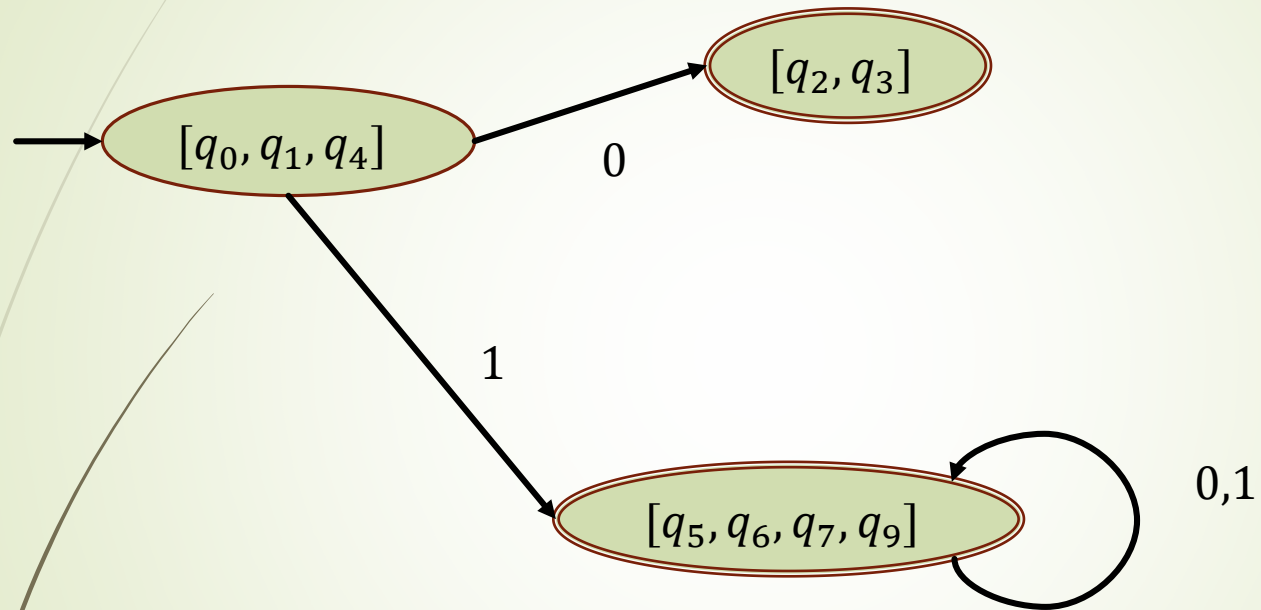
例:  $0 + 1(0 + 1)^*$



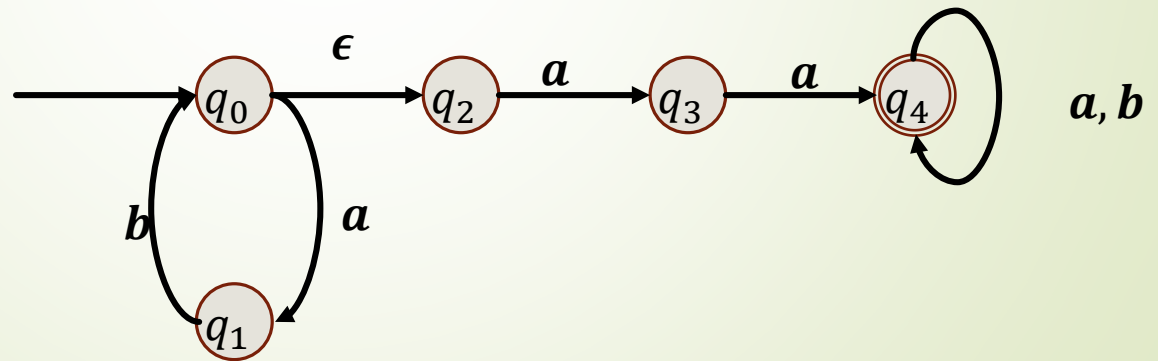
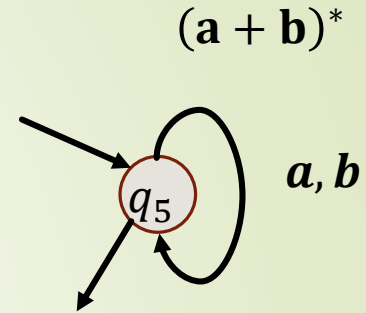
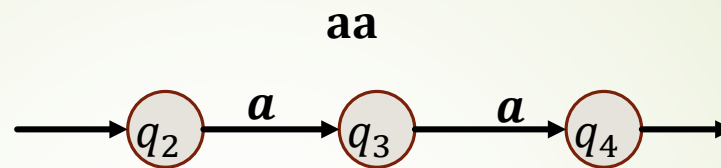
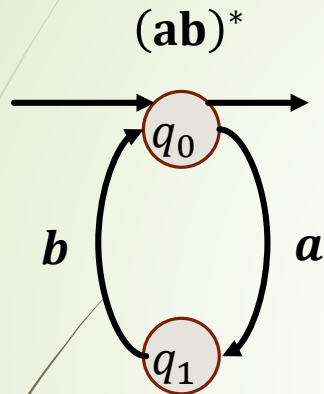
## DFAへ変換

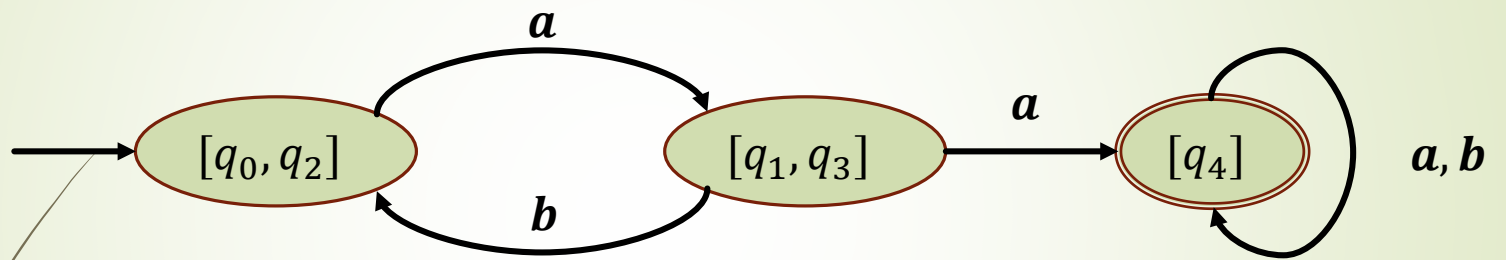


# DFAを最小化



例:  $(ab)^*aa(a+b)^*$

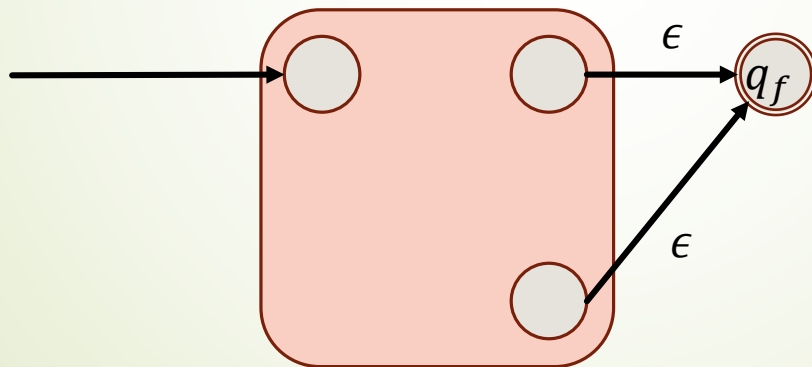




# 有限オートマトンの受理言語を正規表現で構成

## step1

- 新たに一つの終状態 $q_f$ を追加し、そのみが終状態とする



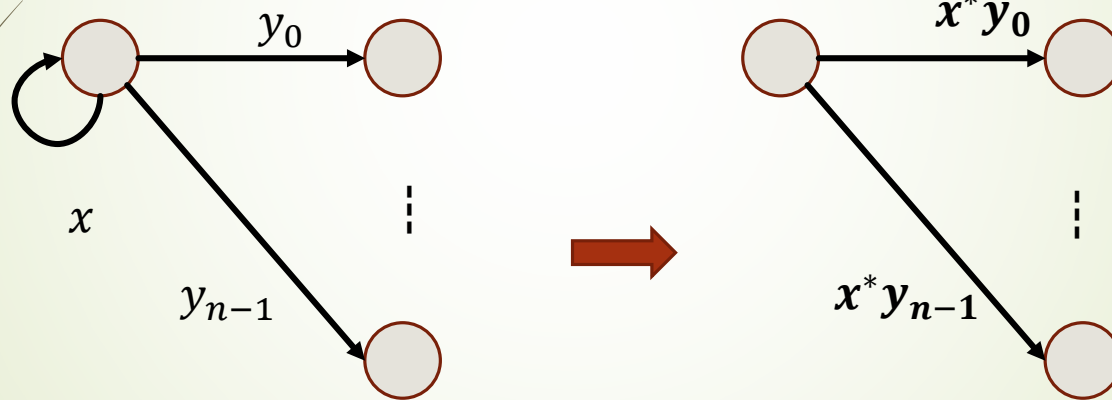
➤ step2

➤ rule1,2,3の順に適用する

➤ rule1

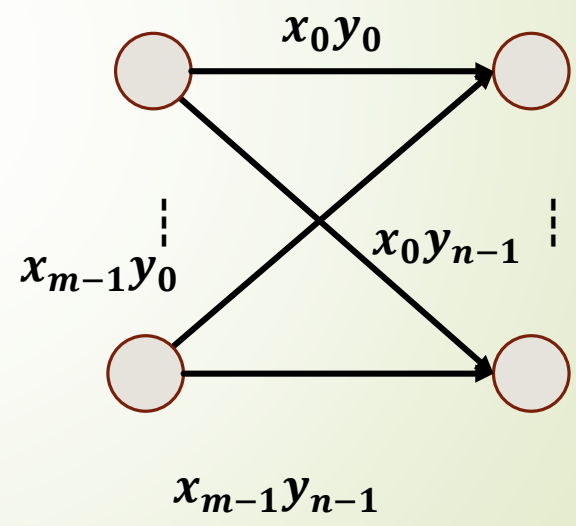
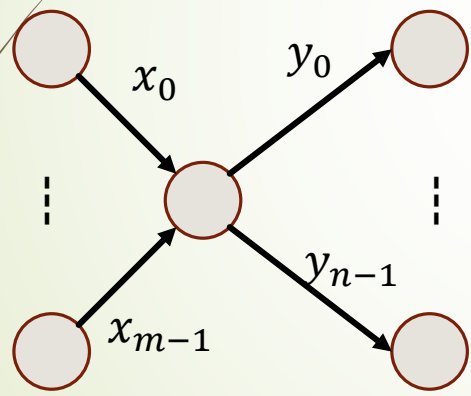


➡ rule2

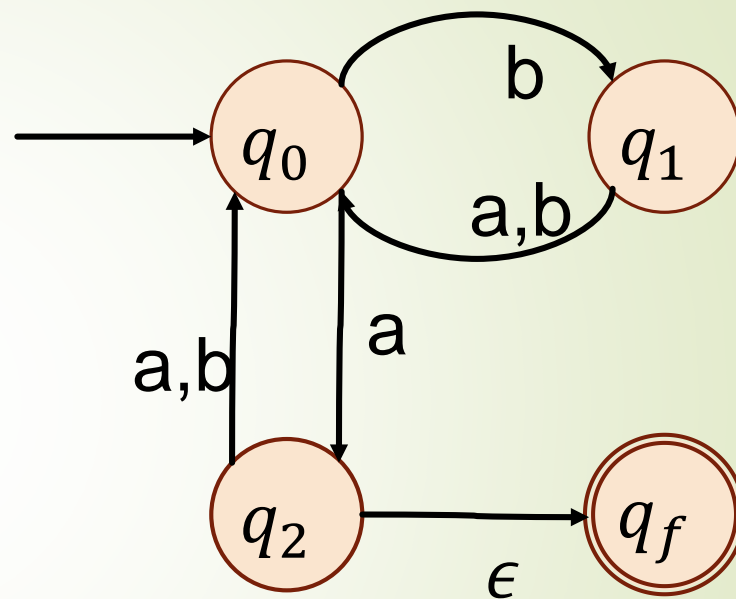
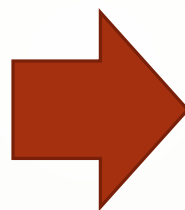
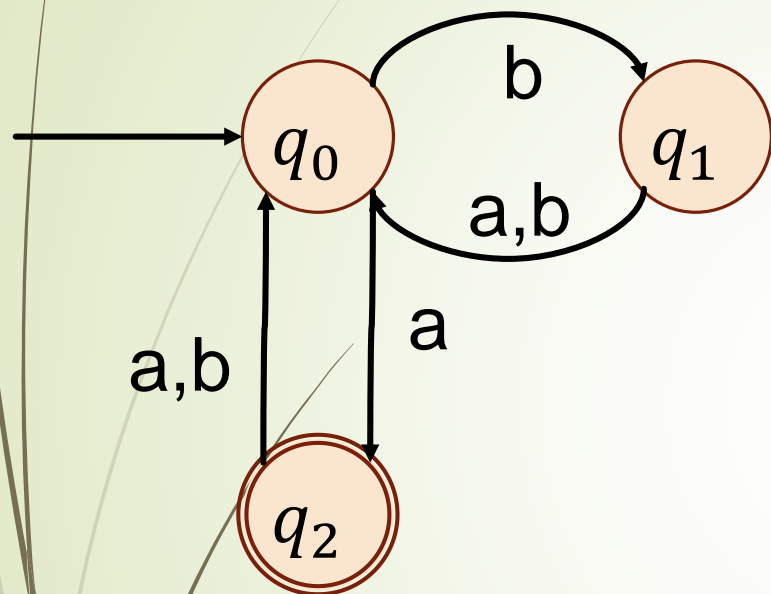


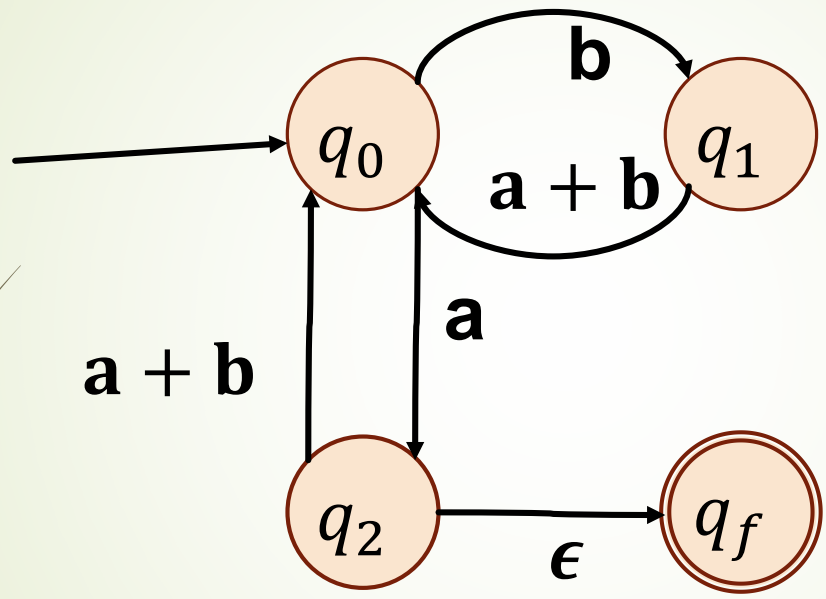


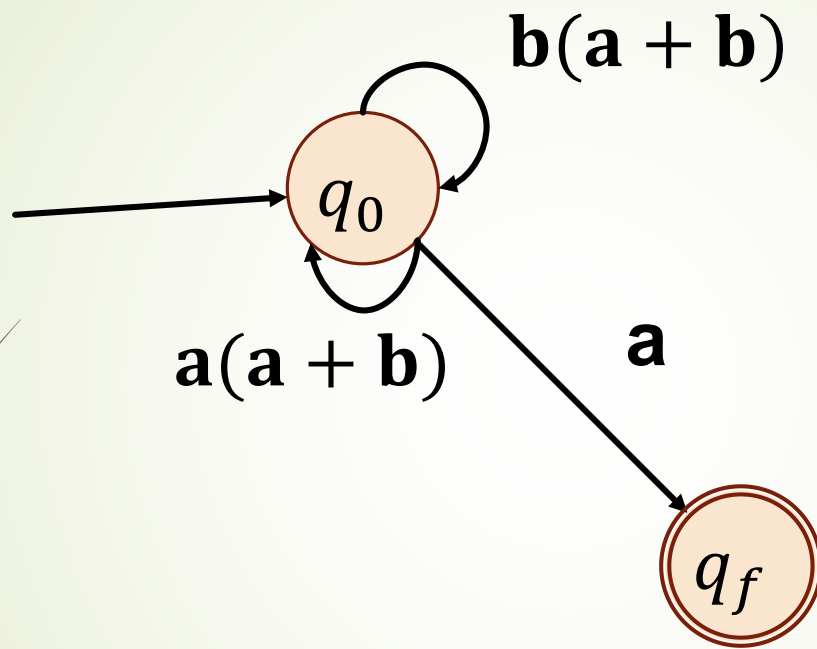
➔ rule3

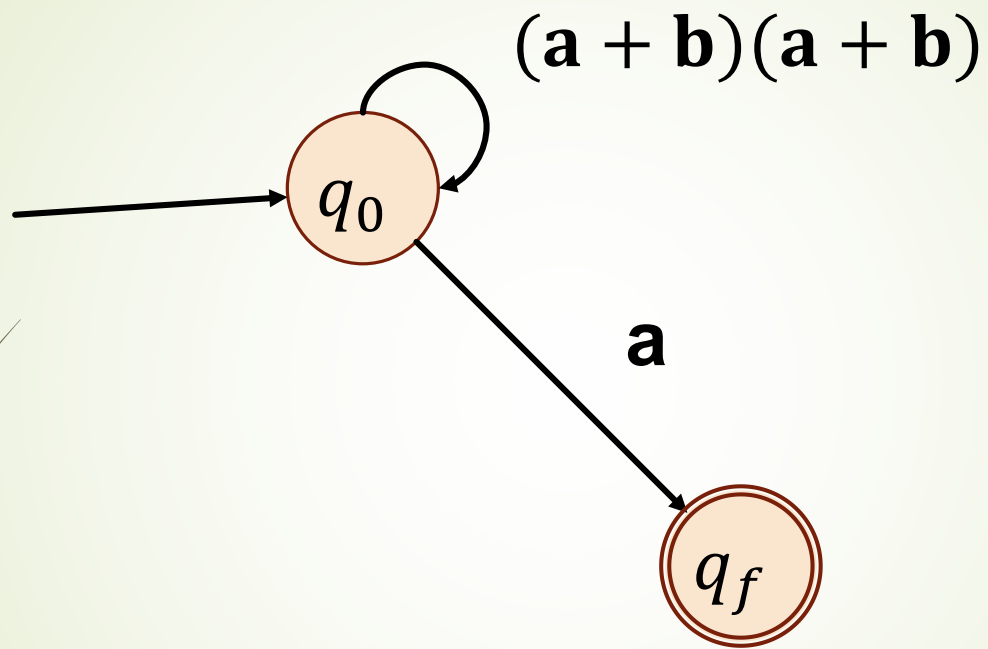


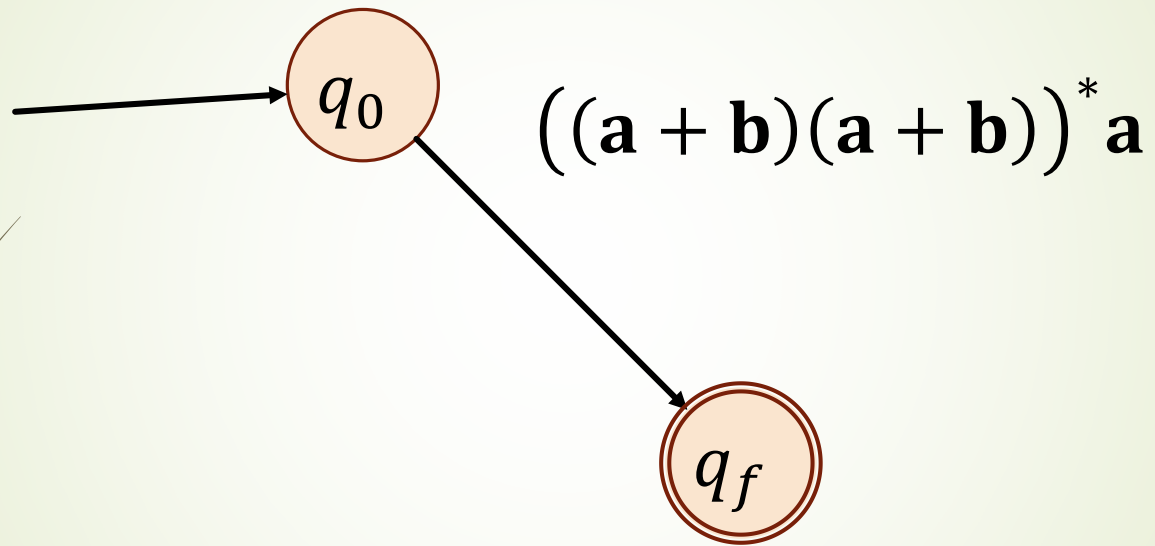
## 例



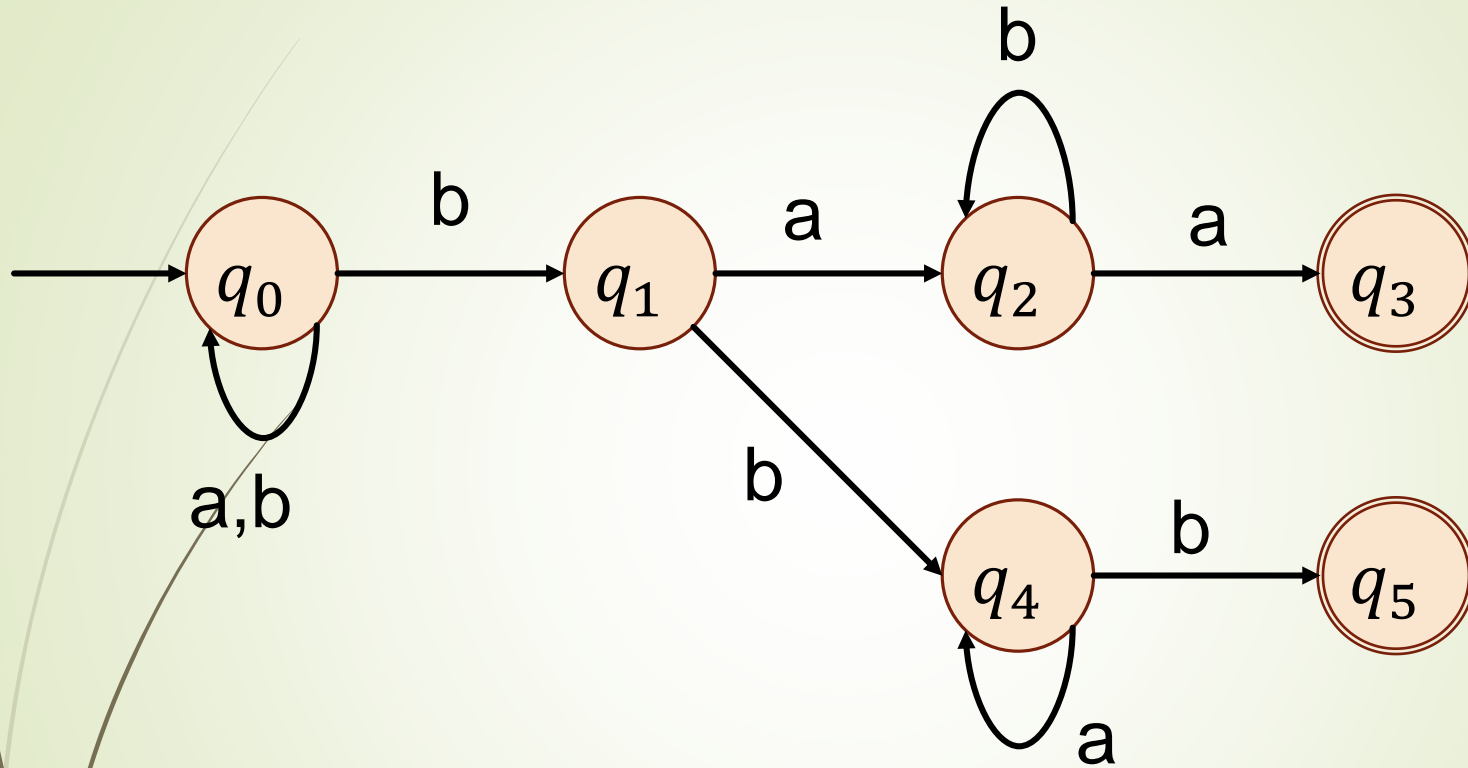


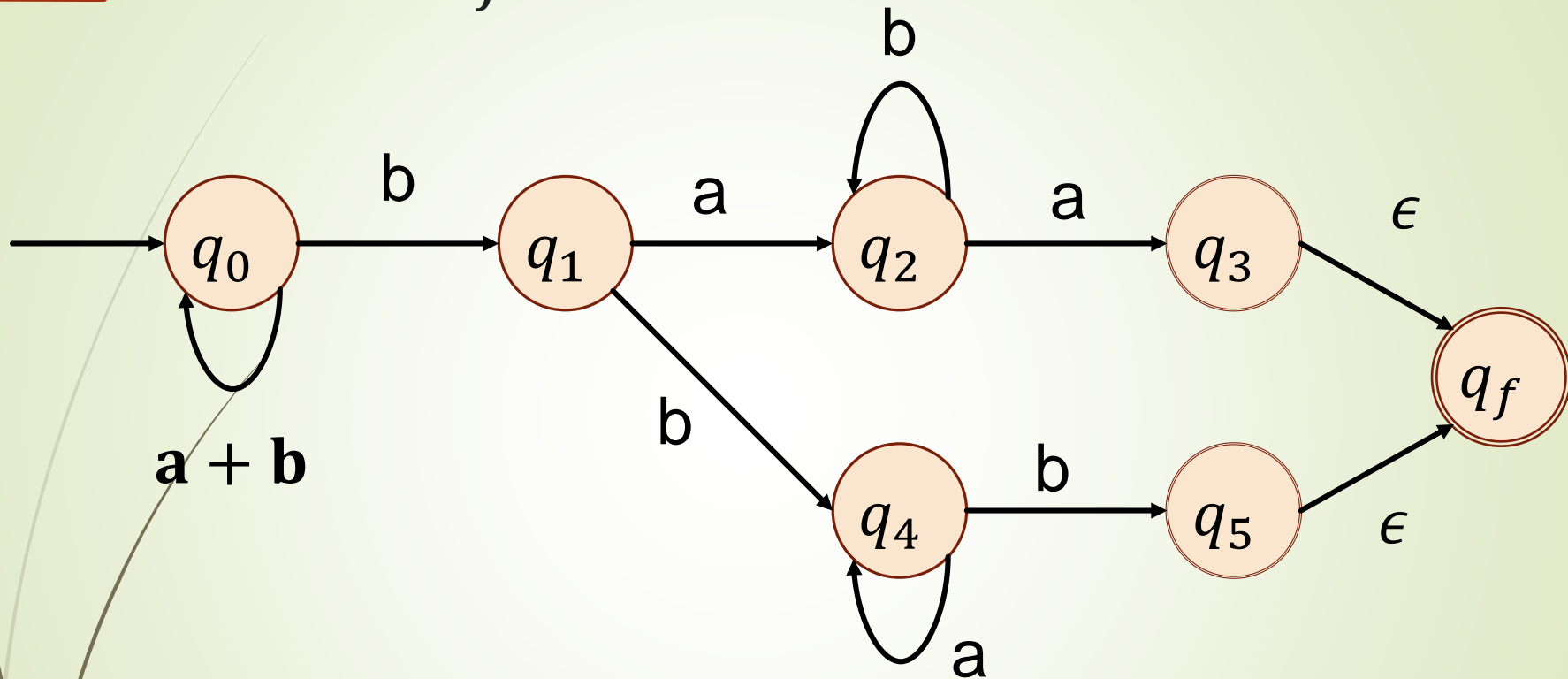






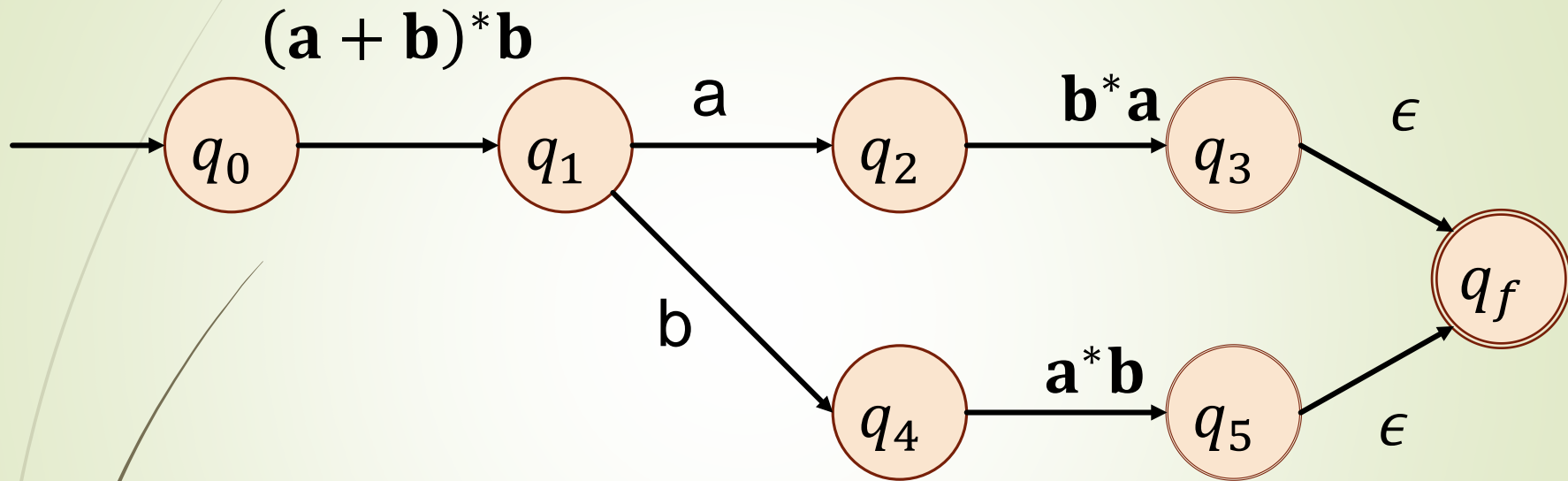
## 例2



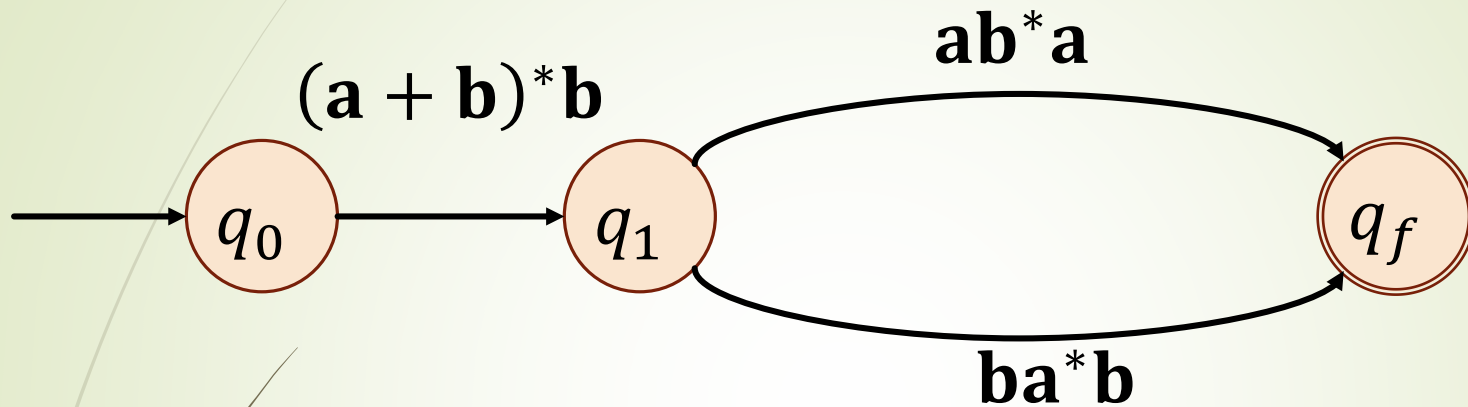
例2:  $q_f$  を作り、rule1を適用



## 例2:rule2を適用



## 例2:rule3を適用



$$(a + b)^*b(ab^*a + ba^*b)$$