「離散数学・オートマトン」演習問題 11 （解答例)

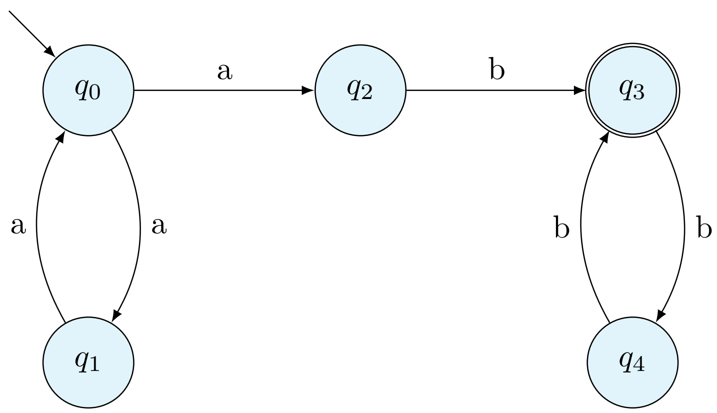
2020/12/22

1　非決定性有限オートマトンから決定性有限オートマトンへ

課題 1　非決定性有限オートマトン $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ を考える。ここで

$$
\begin{aligned}
Q &= \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\} \\
\Sigma &= \{\mathrm{a}, \mathrm{b}\} \\
F &= \{q_3\}
\end{aligned}
$$

である。遷移関数は図に示す。このとき、同じ文字列を受理する決定性有限オートマトンを構成しなさい。



解答例　対応する決定性有限オートマトン $M' = \langle Q', \Sigma, \delta', [q_0], F' \rangle$ を構成するために、Q' と δ' をアルゴリズムに従って構成する。

- $[q_0]$ を起点とする遷移

$$\delta' ([q_0], \mathrm{a}) = [q_1, q_2]$$

- $[q_1, q_2]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_1, q_2], \mathrm{a}) = [q_0]$$
$$\delta'([q_1, q_2], \mathrm{b}) = [q_3]$$

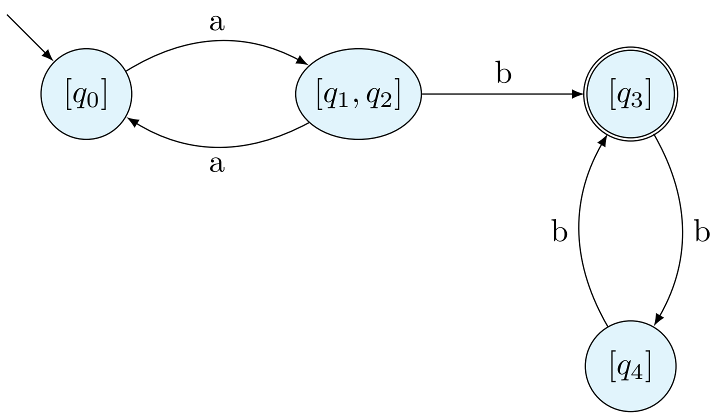
- $[q_3]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_3], \mathrm{b}) = [q_4]$$

- $[q_4]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_4], \mathrm{b}) = [q_3]$$

M の受理状態は $F' = \{[q_3]\}$ となる。状態遷移を図示する。

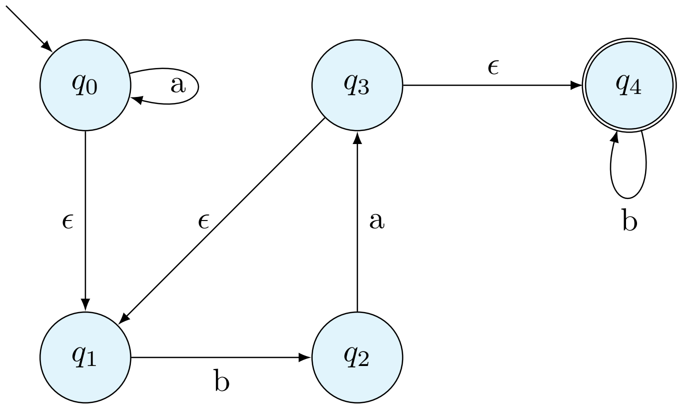


2　ϵ 動作のある非決定性有限オートマトンから決定性有限オートマトンへ

課題 2　ϵ 動作のある非決定性有限オートマトン $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ を考える。ここで

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$$
$$\Sigma = \{\mathrm{a}, \mathrm{b}\}$$
$$F = \{q_4\}$$

である。遷移関数は図に示す。このとき、同じ文字列を受理する決定性有限オートマトンを構成しなさい。



解答例　対応する決定性有限オートマトン $M' = \langle Q', \Sigma, \delta', q'_0, F' \rangle$ を構成するために、Q' と δ' をアルゴリズムに従って構成する。

今回は ϵ-動作があるために、初期状態の構築か始める。

- q_0 を起点とする ϵ-閉包を初期状態とする。

$$q'_0 = [q_0, q_1]$$

- $[q_0, q_1]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_0, q_1], \mathrm{b}) = [q_2]$$

- $[q_2]$ を起点とする遷移。q_3 から ϵ-遷移があることに留意。

$$\delta'([q_2], \mathrm{a}) = [q_1, q_3, q_4]$$

- $[q_1, q_3, q_4]$ を起点とする遷移

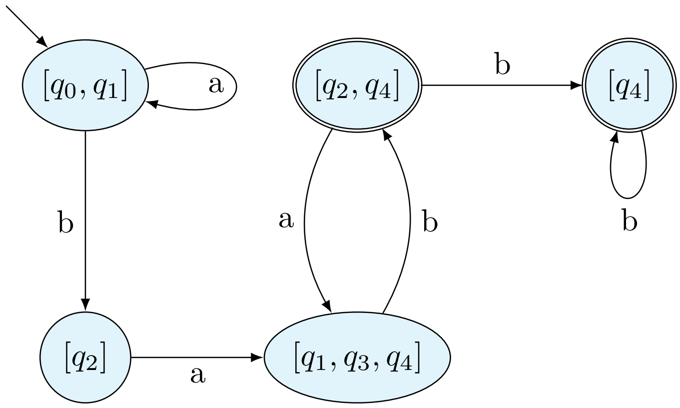
$$\delta'([q_1, q_3, q_4], \mathrm{b}) = [q_2, q_4]$$

- $[q_2, q_4]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_2, q_4], \mathrm{a}) = [q_1, q_3, q_4]$$
$$\delta'([q_2, q_4], \mathrm{b}) = [q_4]$$

- $[q_4]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_4], \mathrm{b}) = [q_4]$$


$[q_0, q_1]$
a
b
$[q_2, q_4]$
b
$[q_4]$
a
b
b
$[q_2]$
a
$[q_1, q_3, q_4]$