

# 「離散数学・オートマトン」演習問題 01 (解答例)

2021/10/5

## 1 集合

**課題 1** 全体集合  $U = \{x \mid x \text{ は } 1 \text{ 桁の自然数}\}$  とし、 $A = \{x \mid x \in U \text{ は偶数}\}$  及び  $B = \{x \mid x \in U \text{ は } 3 \text{ の倍数}\}$  とする。ただし、自然数に 0 は含まないとする。このとき、以下の集合を、要素を列挙することで答えなさい。

1.  $\bar{A}$
2.  $\bar{B}$
3.  $\bar{A} \cup \bar{B}$
4.  $\bar{A} \cap \bar{B}$
5.  $A \cup \bar{B}$

**解答例** はじめに、 $A$  及び  $B$  を要素を列挙することで示す。

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{3, 6, 9\}$$

1.  $\bar{A} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
2.  $\bar{B} = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$
3.  $\bar{A} \cup \bar{B} = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9\}$
4.  $\bar{A} \cap \bar{B} = \{1, 5, 7\}$
5.  $A \cup \bar{B} = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8\}$

Python を使ったコード例と出力例も示す。

```
1 U = {1,2,3,4,5,6,7,8,9}
2 A = {2,4,6,8}
3 B = {3,6,9}
4
```

```

5 | Abar = U - A
6 | Bbar = U - B
7 |
8 | print(Abar)
9 | print(Bbar)
10 | print(Abar | Bbar)
11 | print(Abar & Bbar)
12 | print(A | Bbar)

```

```

1 | {1, 3, 5, 7, 9}
2 | {1, 2, 4, 5, 7, 8}
3 | {1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9}
4 | {1, 5, 7}
5 | {1, 2, 4, 5, 6, 7, 8}

```

このコードは、以下の Github から取得できます。

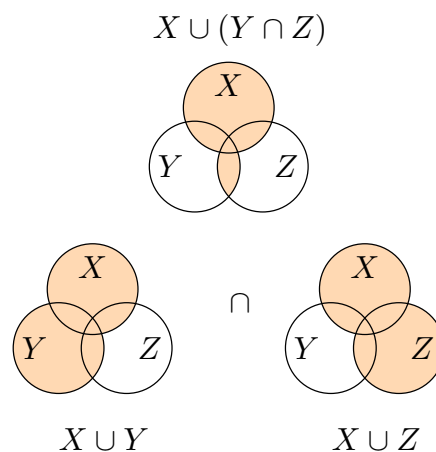
<https://github.com/discrete-math-saga/SetAndMapping/>

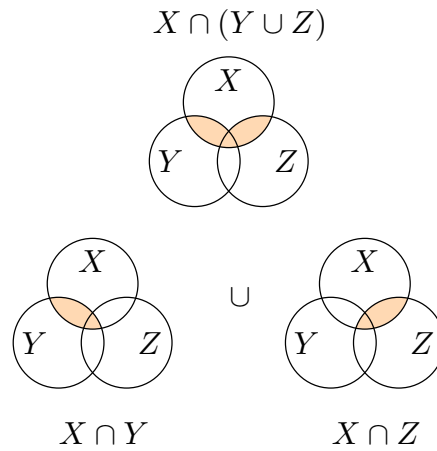
**課題 2**  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  を集合とするととき、以下の分配律を Venn 図を用いて示せ。

$$X \cup (Y \cap Z) = (X \cup Y) \cap (X \cup Z) \quad (1.1)$$

$$X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup (X \cap Z) \quad (1.2)$$

解答例





## 2 写像

**課題 3** 次の実関数の定義域を求めよ。

1.

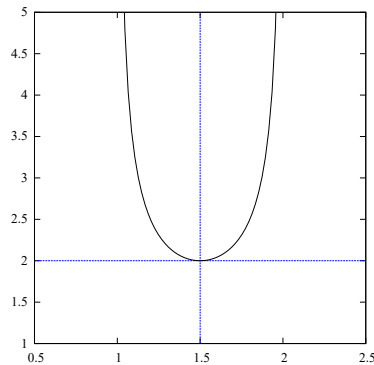
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{(x-1)(2-x)}}$$

2.

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{(x-1)(x-2)}}$$

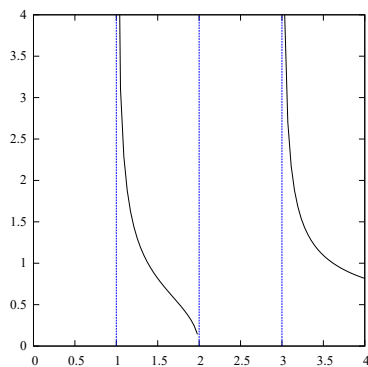
**解答例**

1.  $(x-1)(2-x)$  は、上に凸で  $(1, 2)$  で正となる。従って、定義域は  $(1, 2)$  である。



2. 三つの要素  $x-3$ 、 $x-1$ 、そして  $x-2$  が 0 となる点に注目する。  $x \leq 1$  ですべて

の要素は負、 $1 \leq x \leq 2$  で一つが正で二つが負、 $2 \leq x \leq 3$  で二つが正で一つが負、  
 そして  $2 \leq x$  で全てが負となる。従って、定義域は  $(1, 2) \cup [3, \infty)$  である。



**課題 4** 以下の二つの関数  $f$  と  $g$  に対して、合成関数  $(f \circ g)(x)$  を示しなさい。

1.  $f(x) = x^2, g(x) = 2x - 1$
2.  $f(x) = \cos(x), g(x) = x^2 + 1$

**解答例**

1.  $(f \circ g)(x) = (2x - 1)^2$
2.  $(f \circ g)(x) = \cos(x^2 + 1)$