

# 「離散数学・オートマトン」演習問題 02 (解答例)

2021/10/12

## 1 命題

課題 1 以下の演算に対する真理値表を作成しなさい。

1.  $\neg p \vee \neg q$
2.  $\neg(\neg p \vee q)$
3.  $\neg(p \wedge \neg q)$

解答例

$p$	$q$	$\neg p \vee \neg q$	$\neg(\neg p \vee q)$	$\neg(p \wedge \neg q)$
F	F	T	F	T
F	T	T	F	T
T	F	T	T	F
T	T	F	F	T

参考までに、Python での実行例を示す。

```
1 pd = [False, True]
2 qd = [False, True]
3 for p in pd:
4     for q in qd:
5         x = (not p) or (not q)
6         y = not ( (not p) or q)
7         z = not ( p and (not q))
8         m = f'{p}:{q}:{x}:{y}:{z}'
9         print(m)
```

```
1 False:False:True:False:True
2 False:True:True:False:True
3 True:False:True:True:False
```

4 | True:True:False:False:True

このコードは、以下の Github から取得できます。

<https://github.com/discrete-math-saga/PropositionsAndPredicates/>

**課題 2**  $A$  を無限集合、 $B$  を有限集合とするとき、 $C = A - B$  が無限集合であることを、背理法を用いて示せ。

**解答例**  $D = A \cap B$  とすると、 $A = C \cup D$  である。 $D \subseteq B$  であることから、 $D$  は有限集合である。 $C$  を有限集合とすると  $|A| \leq |C| + |D|$  より、 $A$  は有限集合となり矛盾する。よって、 $C$  は無限集合である。

## 2 述語

**課題 3**  $N^3$  上の述語  $P(x, y, z) : x = yz$  は、 $x$  が  $y \times z$  であるとき真である。このとき  $Q(x, y) : \exists z P(x, y, z)$  が真となるのは、どのような  $(x, y)$  に対してか、答えなさい。

**解答例**  $Q(x, y)$  が真となるのは、「 $x$  は  $y$  で割り切れる」場合である。