「離散数学・オートマトン」演習問題 11 （解答例)

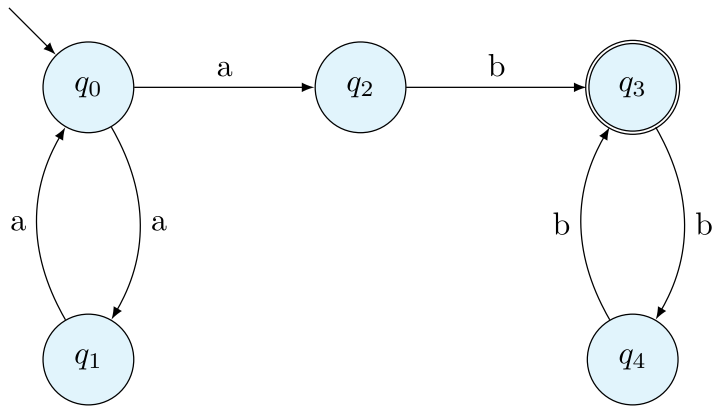
2021/12/21

1　非決定性有限オートマトンから決定性有限オートマトンへ

課題 1　非決定性有限オートマトン $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ を考える。ここで

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$$
$$\Sigma = \{\mathrm{a}, \mathrm{b}\}$$
$$F = \{q_3\}$$

である。遷移関数は図に示す。このとき、同じ文字列を受理する決定性有限オートマトンを構成しなさい。



解答例　対応する決定性有限オートマトン $M' = \langle Q', \Sigma, \delta', [q_0], F' \rangle$ を構成するために、Q' と δ' をアルゴリズムに従って構成する。

- $[q_0]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_0], \mathrm{a}) = [q_1, q_2]$$

- $[q_1, q_2]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_1, q_2], \mathrm{a}) = [q_0, q_2]$$
$$\delta'([q_1, q_2], \mathrm{b}) = [q_3]$$

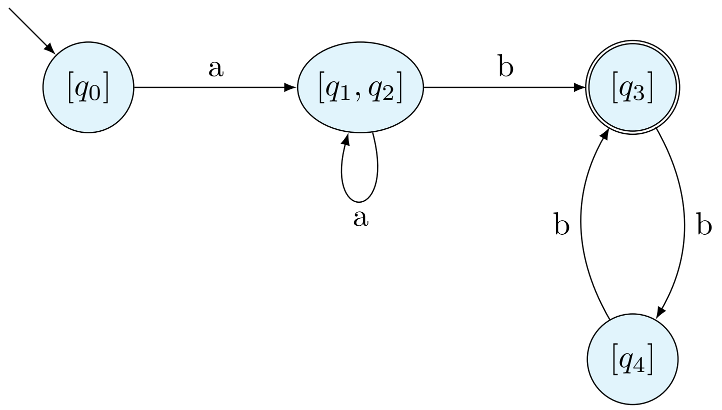
- $[q_3]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_3], \mathrm{b}) = [q_4]$$

- $[q_4]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_4], \mathrm{b}) = [q_3]$$

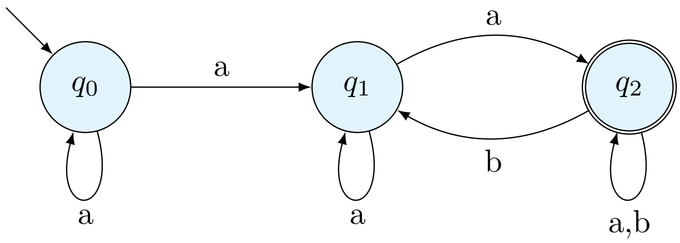
M の受理状態は $F' = \{[q_3]\}$ となる。状態遷移を図示する。



課題 2　非決定性有限オートマトン $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ を考える。ここで

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$$
$$\Sigma = \{\mathrm{a}, \mathrm{b}\}$$
$$F = \{q_2\}$$

である。遷移関数は図に示す。このとき、同じ文字列を受理する決定性有限オートマトンを構成しなさい。



解答例　対応する決定性有限オートマトン $M' = \langle Q', \Sigma, \delta', [q_0], F' \rangle$ を構成するために、Q' と δ' をアルゴリズムに従って構成する。

- $[q_0]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_0], \mathrm{a}) = [q_0, q_1]$$

- $[q_0, q_1]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_0, q_1], \mathrm{a}) = [q_0, q_1, q_2]$$

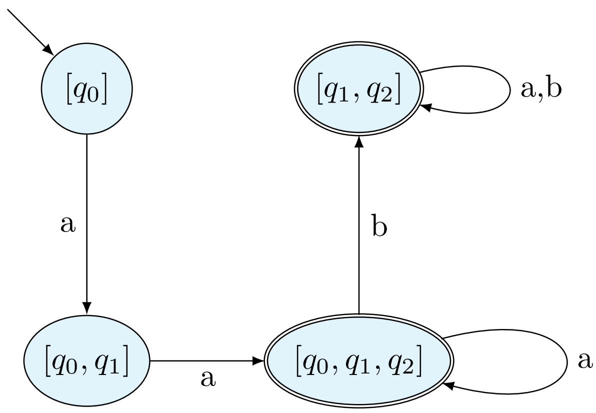
- $[q_0, q_1, q_2]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_0, q_1, q_2], \mathrm{a}) = [q_0, q_1, q_2]$$
$$\delta'([q_0, q_1, q_2], \mathrm{b}) = [q_1, q_2]$$

- $[q_1, q_2]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_1, q_2], \mathrm{a}) = [q_1, q_2]$$
$$\delta'([q_1, q_2], \mathrm{b}) = [q_1, q_2]$$

M の受理状態は $F' = \{[q_0, q_1, q_2], [q_1, q_2]\}$ となる。状態遷移を図示する。

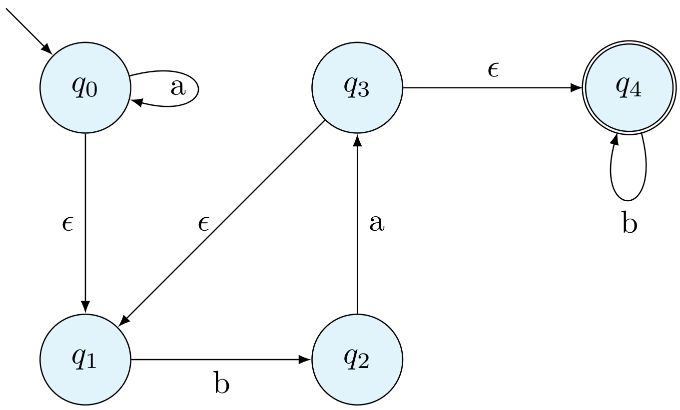


2　ϵ 動作のある非決定性有限オートマトンから決定性有限オートマトンへ

課題 3　ϵ 動作のある非決定性有限オートマトン $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ を考える。ここで

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$$
$$\Sigma = \{\mathrm{a}, \mathrm{b}\}$$
$$F = \{q_4\}$$

である。遷移関数は図に示す。このとき、同じ文字列を受理する決定性有限オートマトンを構成しなさい。



解答例　対応する決定性有限オートマトン $M' = \langle Q', \Sigma, \delta', q'_0, F' \rangle$ を構成するために、Q' と δ' をアルゴリズムに従って構成する。

今回は ϵ-動作があるために、初期状態の構築か始める。

- q_0 を起点とする ϵ-閉包を初期状態とする。

$$q'_0 = [q_0, q_1]$$

- $[q_0, q_1]$ を起点とする遷移

$$\delta'\left([q_0, q_1], \mathrm{q}\right) = \delta\left(q_0, \mathrm{a}\right) \cup \delta\left(q_1, \mathrm{a}\right) = [q_0, q_1]$$
$$\delta'\left([q_0, q_1], \mathrm{b}\right) = [q_2]$$

- $[q_2]$ を起点とする遷移。q_3 から ϵ-遷移があることに留意。

$$\delta'\left([q_2], \mathrm{a}\right) \epsilon\text{-CL}\left(q?3\right) = [q_1, q_3, q_4]$$

- $[q_1, q_3, q_4]$ を起点とする遷移

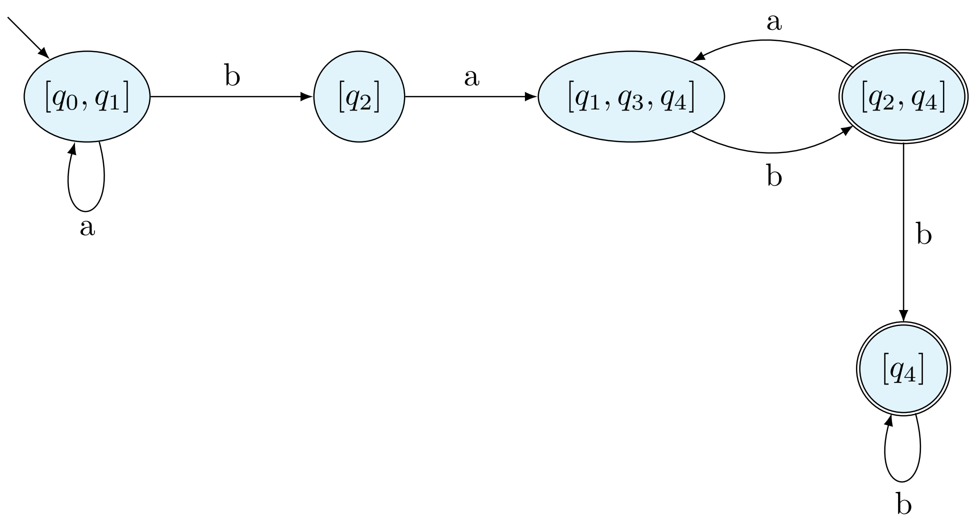
$$\delta'([q_1, q_3, q_4], \mathrm{b}) = [q_2, q_4]$$

- $[q_2, q_4]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_2, q_4], \mathrm{a}) = [q_1, q_3, q_4]$$
$$\delta'([q_2, q_4], \mathrm{b}) = [q_4]$$

- $[q_4]$ を起点とする遷移

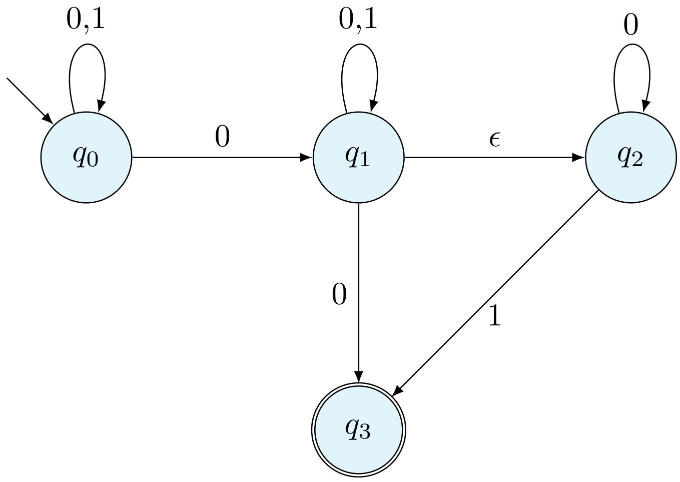
$$\delta'([q_4], \mathrm{b}) = [q_4]$$



課題 4　ϵ 動作のある非決定性有限オートマトン $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ を考える。ここで

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$$
$$\Sigma = \{\mathrm{a}, \mathrm{b}\}$$
$$F = \{q_3\}$$

である。遷移関数は図に示す。このとき、同じ文字列を受理する決定性有限オートマトンを構成しなさい。



解答例

- $[q_0]$ から

$$\delta\left([q_0],0\right)=\{q_0,q_1\}\cup\epsilon\text{-CL}\left(q_1\right)=\{q_0,q_1\}\cup\{q_1,q_2\}=[q_0,q_1,q_2]$$
$$\delta\left([q_0],1\right)=[q_0]$$

- $[q_0,q_1,q_2]$ から

$$\delta\left([q_0,q_1,q_2],0\right)=\delta\left([q_0],0\right)\cup\delta\left(q_1,0\right)\cup\delta\left(q_2,0\right)=[q_0,q_1,q_2]\cup\{q_3\}=[q_0,q_1,q_2,q_3]$$
$$\delta\left([q_0,q_1,q_2],1\right)=\delta\left([q_0],1\right)\cup\epsilon\text{-CL}\left(q_1\right)\cup\delta\left(q_2,1\right)=\{q_0\}\cup\{q_1,q_2\}\cup\{q_3\}=[q_0,q_1,q_2,q_3]$$

- $[q_0,q_1,q_2,q_3]$ から

$$\delta\left([q_0,q_1,q_2,q_3],0\right)=\delta\left([q_0,q_1,q_2],0\right)=[q_0,q_1,q_2,q_3]$$
$$\delta\left([q_0,q_1,q_2,q_3],1\right)=\delta\left([q_0,q_1,q_2],1\right)=[q_0,q_1,q_2,q_3]$$