

「離散数学・オートマトン」演習問題 11 (解答例)

2022/12/19

1 非決定性有限オートマトンから決定性有限オートマトンへ

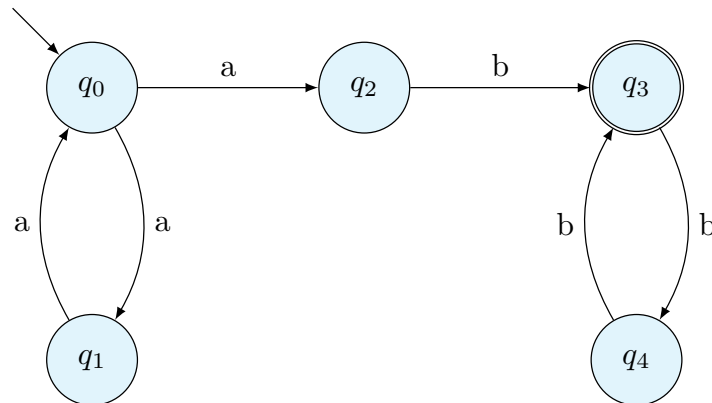
課題 1 非決定性有限オートマトン $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ を考える。ここで

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$F = \{q_3\}$$

である。遷移関数は図に示す。このとき、同じ文字列を受理する決定性有限オートマトンを構成しなさい。



解答例 対応する決定性有限オートマトン $M' = \langle Q', \Sigma, \delta', [q_0], F' \rangle$ を構成するために、 Q' と δ' をアルゴリズムに従って構成する。

- $[q_0]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_0], a) = [q_1, q_2]$$

- $[q_1, q_2]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_1, q_2], a) = [q_0]$$

$$\delta'([q_1, q_2], b) = [q_3]$$

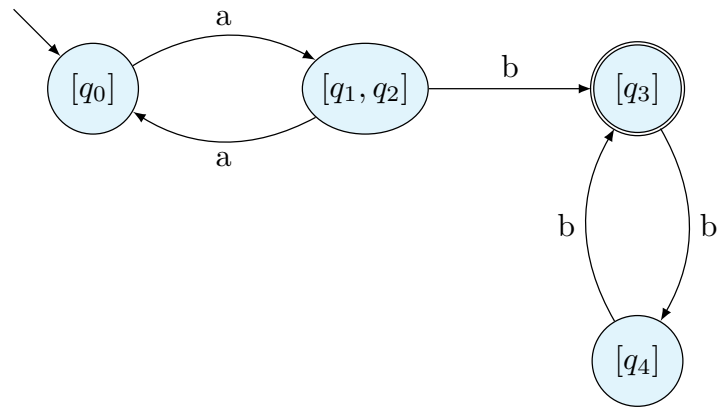
- $[q_3]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_3], b) = [q_4]$$

- $[q_4]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_4], b) = [q_3]$$

M の受理状態は $F' = \{[q_3]\}$ となる。状態遷移を図示する。



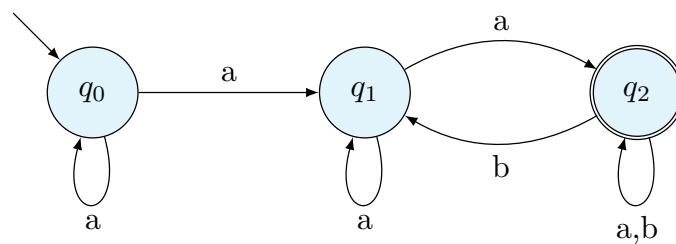
課題 2 非決定性有限オートマトン $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ を考える。ここで

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$F = \{q_2\}$$

である。遷移関数は図に示す。このとき、同じ文字列を受理する決定性有限オートマトンを構成しなさい。



解答例 対応する決定性有限オートマトン $M' = \langle Q', \Sigma, \delta', [q_0], F' \rangle$ を構成するために、 Q' と δ' をアルゴリズムに従って構成する。

- $[q_0]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_0], a) = [q_0, q_1]$$

- $[q_0, q_1]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_0, q_1], a) = [q_0, q_1, q_2]$$

- $[q_0, q_1, q_2]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_0, q_1, q_2], a) = [q_0, q_1, q_2]$$

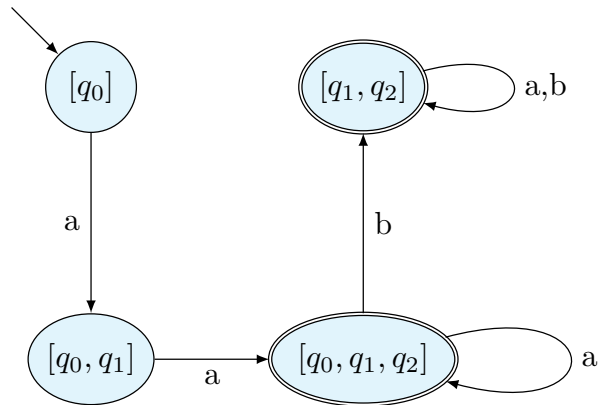
$$\delta'([q_0, q_1, q_2], b) = [q_1, q_2]$$

- $[q_1, q_2]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_1, q_2], a) = [q_1, q_2]$$

$$\delta'([q_1, q_2], b) = [q_1, q_2]$$

M の受理状態は $F' = \{[q_0, q_1, q_2], [q_1, q_2]\}$ となる。状態遷移を図示する。

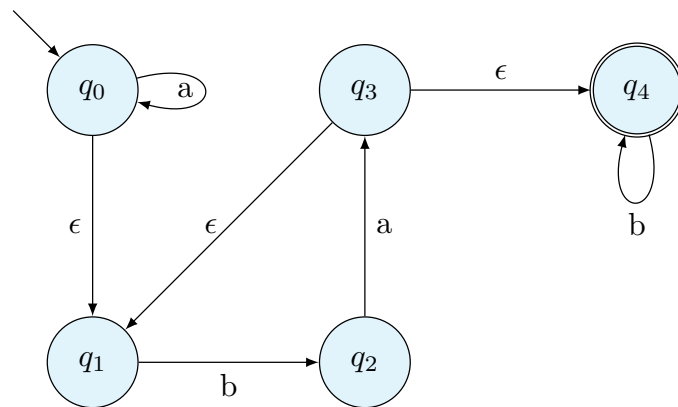


2 ϵ 動作のある非決定性有限オートマトンから決定性有限オートマトンへ

課題 3 ϵ 動作のある非決定性有限オートマトン $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ を考える。ここで

$$\begin{aligned} Q &= \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\} \\ \Sigma &= \{a, b\} \\ F &= \{q_4\} \end{aligned}$$

である。遷移関数は図に示す。このとき、同じ文字列を受理する決定性有限オートマトンを構成しなさい。



解答例 対応する決定性有限オートマトン $M' = \langle Q', \Sigma, \delta', q'_0, F' \rangle$ を構成するために、 Q' と δ' をアルゴリズムに従って構成する。

今回は ϵ -動作があるために、初期状態の構築か始める。

- q_0 を起点とする ϵ -閉包を初期状態とする。

$$q'_0 = [q_0, q_1]$$

- $[q_0, q_1]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_0, q_1], a) = \delta(q_0, a) \cup \delta(q_1, a) = [q_0, q_1]$$

$$\delta'([q_0, q_1], b) = [q_2]$$

- $[q_2]$ を起点とする遷移。 q_3 から ϵ -遷移があることに留意。

$$\delta'([q_2], a) \epsilon\text{-CL}(q_3) = [q_1, q_3, q_4]$$

- $[q_1, q_3, q_4]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_1, q_3, q_4], b) = [q_2, q_4]$$

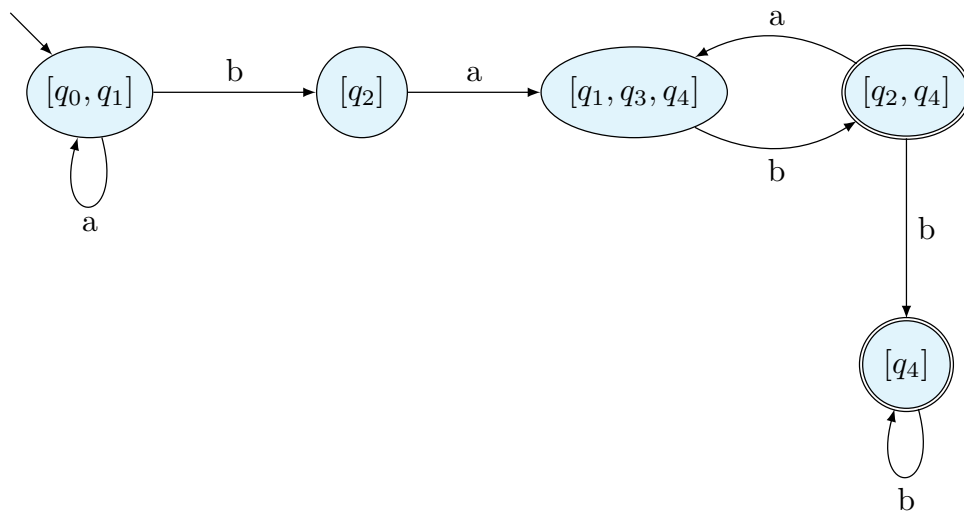
- $[q_2, q_4]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_2, q_4], a) = [q_1, q_3, q_4]$$

$$\delta'([q_2, q_4], b) = [q_4]$$

- $[q_4]$ を起点とする遷移

$$\delta'([q_4], b) = [q_4]$$



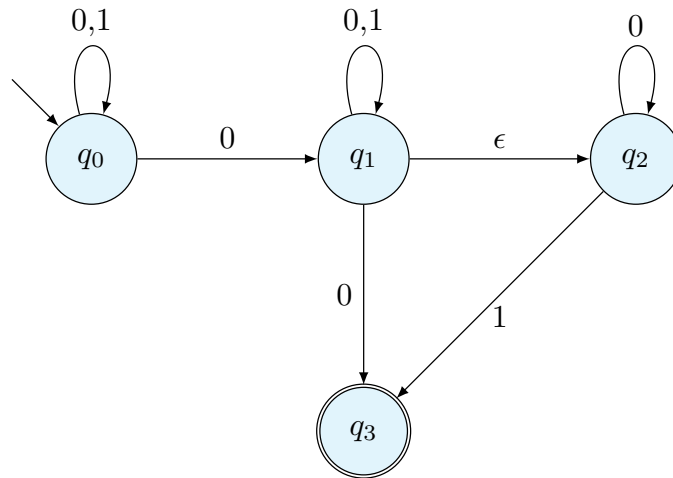
課題 4 ϵ 動作のある非決定性有限オートマトン $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ を考える。ここで

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$F = \{q_3\}$$

である。遷移関数は図に示す。このとき、同じ文字列を受理する決定性有限オートマトンを構成しなさい。



解答例

- $[q_0]$ から

$$\delta([q_0], 0) = \{q_0, q_1\} \cup \epsilon\text{-CL}(q_1) = \{q_0, q_1\} \cup \{q_1, q_2\} = [q_0, q_1, q_2]$$

$$\delta([q_0], 1) = [q_0]$$

- $[q_0, q_1, q_2]$ から

$$\delta([q_0, q_1, q_2], 0) = \delta([q_0], 0) \cup \delta(q_1, 0) \cup \delta(q_2, 0) = [q_0, q_1, q_2] \cup \{q_3\} = [q_0, q_1, q_2, q_3]$$

$$\delta([q_0, q_1, q_2], 1) = \delta([q_0], 1) \cup \epsilon\text{-CL}(q_1) \cup \delta(q_2, 1) = \{q_0\} \cup \{q_1, q_2\} \cup \{q_3\} = [q_0, q_1, q_2, q_3]$$

- $[q_0, q_1, q_2, q_3]$ から

$$\delta([q_0, q_1, q_2, q_3], 0) = \delta([q_0, q_1, q_2], 0) = [q_0, q_1, q_2, q_3]$$

$$\delta([q_0, q_1, q_2, q_3], 1) = \delta([q_0, q_1, q_2], 1) = [q_0, q_1, q_2, q_3]$$

