

「離散数学・オートマトン」演習問題 14 (解答例)

2023/1/30

1 文脈自由文法

課題 1 文脈自由文法 $G = \langle N, \Sigma, P, S \rangle$ を考える。

$$N = \{S, A, B\}$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

生成規則 P は以下の通りとする。

$$S \rightarrow aSA|bSB|a|b|\epsilon$$

$$A \rightarrow a$$

$$B \rightarrow b$$

このとき、aababaa を生成する過程を示しなさい。

解答例

$$S \rightarrow aSA$$

$$\rightarrow aaSAA$$

$$\rightarrow aabSBAA$$

$$\rightarrow aabaBAA$$

$$\rightarrow aababAA$$

$$\rightarrow aababaA$$

$$\rightarrow aababaa$$

2 文脈自由文法からプッシュダウンオートマトンへ

課題 2 課題 1 で示した文脈自由文法に対応した非決定性プッシュダウンオートマトンを構成しなさい。

解答例 対応する非決定性プッシュダウンオートマトン $M = \langle \{q\}, \Sigma, N, \delta, q, S, \emptyset \rangle$ を構成する。各生成規則に対応して遷移関数を定義する。

- $S \rightarrow aSA|bSB|a|b|\epsilon$

$$\delta(q, a, S) = \{(q, SA), (q, \epsilon)\}$$

$$\delta(q, b, S) = \{(q, SB), (q, \epsilon)\}$$

$$\delta(q, \epsilon, S) = \{(q, \epsilon)\}$$

- $A \rightarrow a$

$$\delta(q, a, A) = \{(q, \epsilon)\}$$

- $B \rightarrow b$

$$\delta(q, b, B) = \{(q, \epsilon)\}$$

aababaa を受理する過程を示す。

$$(q, aababaa, S) \vdash (q, ababaa, SA)$$

$$\vdash (q, babaa, SAA)$$

$$\vdash (q, abaa, SBAA)$$

$$\vdash (q, baa, BAA)$$

$$\vdash (q, aa, AA)$$

$$\vdash (q, a, A)$$

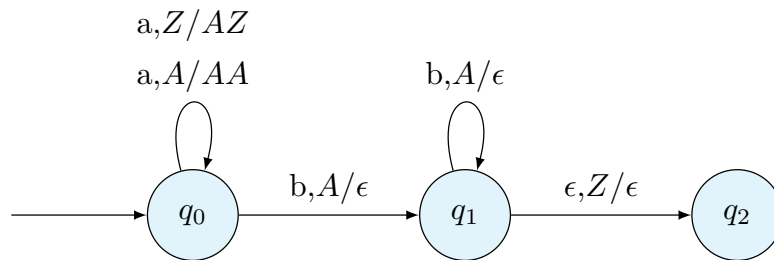
$$\vdash (q, \epsilon, \epsilon)$$

3 空スタックで受理するプッシュダウンオートマトンから文脈自由文法へ

課題3 空スタックで受理するプッシュダウンオートマトン M に対応する文脈自由文法 G を構成しなさい。

$$M = \langle \{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \{A, Z\}, \delta, q_0, Z, \emptyset \rangle$$

$$\begin{aligned} \delta(q_0, a, Z) &= \{(q_0, AZ)\}, & \delta(q_0, a, A) &= \{(q_0, AA)\}, \\ \delta(q_0, b, A) &= \{(q_1, \epsilon)\}, & & \\ \delta(q_1, b, A) &= \{(q_1, \epsilon)\}, & \delta(q_1, \epsilon, Z) &= \{(q_2, \epsilon)\}. \end{aligned}$$



解答例

$$G = \langle N, \{a, b\}, P, S \rangle$$

- 開始記号

$$S \rightarrow [q_0 Z q_0] \mid [q_0 Z q_1] \mid [q_0 Z q_2]$$

- $(q_0, AZ) \in \delta(q_0, a, Z)$ より

$$\begin{aligned} [q_0 Z q_0] &\rightarrow a [q_0 A q_0] [q_0 Z q_0] \mid a [q_0 A q_1] [q_1 Z q_0] \mid a [q_0 A q_2] [q_2 Z q_0] \\ [q_0 Z q_1] &\rightarrow a [q_0 A q_0] [q_0 Z q_1] \mid a [q_0 A q_1] [q_1 Z q_1] \mid a [q_0 A q_2] [q_2 Z q_1] \\ [q_0 Z q_2] &\rightarrow a [q_0 A q_0] [q_0 Z q_2] \mid a [q_0 A q_1] [q_1 Z q_2] \mid a [q_0 A q_2] [q_2 Z q_2] \end{aligned}$$

- $(q_0, AA) \in \delta(q_0, a, A)$ より

$$\begin{aligned} [q_0 Z q_0] &\rightarrow a [q_0 A q_0] [q_0 A q_0] \mid a [q_0 A q_1] [q_1 A q_0] \mid a [q_0 A q_2] [q_2 A q_0] \\ [q_0 Z q_1] &\rightarrow a [q_0 A q_0] [q_0 A q_1] \mid a [q_0 A q_1] [q_1 A q_1] \mid a [q_0 A q_2] [q_2 A q_1] \\ [q_0 Z q_2] &\rightarrow a [q_0 A q_0] [q_0 A q_2] \mid a [q_0 A q_1] [q_1 A q_2] \mid a [q_0 A q_2] [q_2 A q_2] \end{aligned}$$

- $(q_1, \epsilon) \in \delta(q_0, b, A)$ より $[q_0 A q_1] \rightarrow b$
- $(q_1, \epsilon) \in \delta(q_1, b, A)$ より $[q_1 A q_1] \rightarrow b$
- $(q_2, \epsilon) \in \delta(q_1, \epsilon, Z)$ より $[q_1 Z q_2] \rightarrow \epsilon$

終端記号を導かない要素を除くと、生成規則は以下のようになる。

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow [q_0 Z q_2] \\
 [q_0 Z q_2] &\rightarrow a [q_0 A q_1] [q_1 Z q_2] \\
 [q_0 A q_1] &\rightarrow a [q_0 A q_1] [q_1 A q_1] | b \\
 [q_1 A q_1] &\rightarrow b \\
 [q_1 Z q_2] &\rightarrow \epsilon
 \end{aligned}$$