

「離散数学・オートマトン」演習問題 05 (解答例)

2023/11/6

1 グラフ

課題 1 以下のグラフ $G = (V, E)$ を図示しなさい。

$$V = \{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\} \quad (1.1)$$

$$E = \{e_0, e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}\} \quad (1.2)$$

$$\partial^+ e_0 = v_0, \quad \partial^- e_0 = v_1 \quad \partial^+ e_1 = v_0, \quad \partial^- e_1 = v_4 \quad (1.3)$$

$$\partial^+ e_2 = v_1, \quad \partial^- e_2 = v_5 \quad \partial^+ e_3 = v_1, \quad \partial^- e_3 = v_3 \quad (1.4)$$

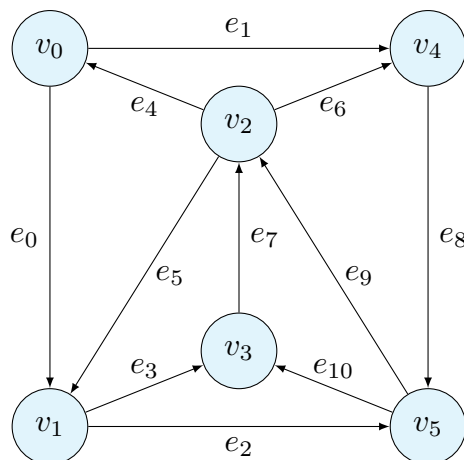
$$\partial^+ e_4 = v_2, \quad \partial^- e_4 = v_0 \quad \partial^+ e_5 = v_2, \quad \partial^- e_5 = v_1 \quad (1.5)$$

$$\partial^+ e_6 = v_2, \quad \partial^- e_6 = v_4 \quad \partial^+ e_7 = v_3, \quad \partial^- e_7 = v_2 \quad (1.6)$$

$$\partial^+ e_8 = v_4, \quad \partial^- e_8 = v_5 \quad \partial^+ e_9 = v_3, \quad \partial^- e_9 = v_2 \quad (1.7)$$

$$\partial^+ e_{10} = v_5, \quad \partial^- e_{10} = v_3 \quad (1.8)$$

解答例



Python のライブラリ `nexworkx` を使うことで、グラフを作図することができる。以下の Github から取得できる。

<https://github.com/discrete-math-saga/Graph>

課題 2 以下のグラフ $G = (V, E)$ を図示しなさい。

$$V = \{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\} \quad (1.9)$$

$$E = \{e_0, e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}\} \quad (1.10)$$

$$\partial^+ e_0 = v_0, \quad \partial^- e_0 = v_1 \quad \partial^+ e_1 = v_0, \quad \partial^- e_1 = v_2 \quad (1.11)$$

$$\partial^+ e_2 = v_1, \quad \partial^- e_2 = v_2 \quad \partial^+ e_3 = v_2, \quad \partial^- e_3 = v_3 \quad (1.12)$$

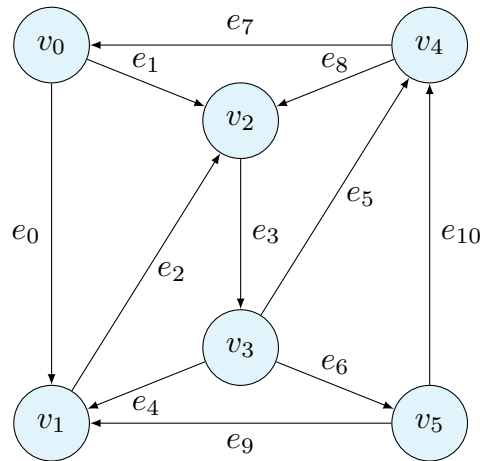
$$\partial^+ e_4 = v_3, \quad \partial^- e_4 = v_1 \quad \partial^+ e_5 = v_3, \quad \partial^- e_5 = v_4 \quad (1.13)$$

$$\partial^+ e_6 = v_3, \quad \partial^- e_6 = v_5 \quad \partial^+ e_7 = v_4, \quad \partial^- e_7 = v_0 \quad (1.14)$$

$$\partial^+ e_8 = v_4, \quad \partial^- e_8 = v_2 \quad \partial^+ e_9 = v_5, \quad \partial^- e_9 = v_1 \quad (1.15)$$

$$\partial^+ e_{10} = v_5, \quad \partial^- e_{10} = v_4 \quad (1.16)$$

解答例



課題 3 生徒の集合

$$P = \{\text{Bob, Ken, Mary, Ann}\} \quad (1.17)$$

と科目の集合

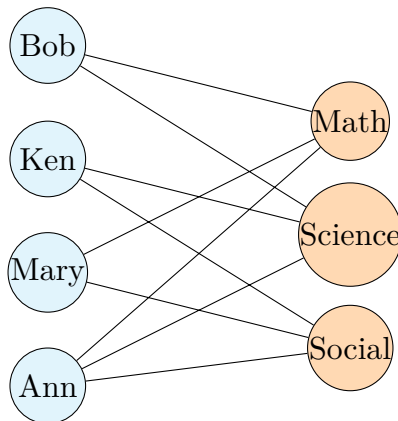
$$S = \{\text{Math, Science, Social}\} \quad (1.18)$$

を考える。関係 $R: P \rightarrow S$ は、「生徒 $p \in P$ は科目 $s \in S$ が得意である」を表すとする。

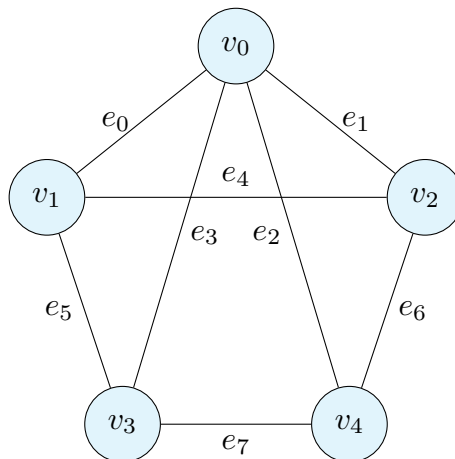
$$R = \{(\text{Bob}, \text{Math}), (\text{Bob}, \text{Science}), (\text{Ken}, \text{Science}), (\text{Ken}, \text{Social}), (\text{Mary}, \text{Math}), (\text{Mary}, \text{Social}), (\text{Ann}, \text{Math}), (\text{Ann}, \text{Science}), (\text{Ann}, \text{Social})\} \quad (1.19)$$

この関係を、二部グラフとして表しなさい。

解答例



課題 4 以下のグラフに対して、Hamilton 閉路を列挙せよ。



解答例 以下の 8 種類の Hamilton 閉路がある。逆回りも含んでいる。

v_0, v_1, v_2, v_4, v_3
 v_0, v_1, v_3, v_4, v_2
 v_0, v_2, v_1, v_3, v_4
 v_0, v_2, v_4, v_3, v_1
 v_0, v_3, v_1, v_2, v_4
 v_0, v_3, v_4, v_2, v_1
 v_0, v_4, v_2, v_1, v_3
 v_0, v_4, v_3, v_1, v_2

閉路を列挙する Python プログラムを示す。これも、前問同様の Github から取得できる。

```
1 def enumerateHamilton(start:str, G:nx.Graph) -> list[list[str]]:  
2     VHamilton = list()  
3     VHamilton.append(start)  
4     circuits = list()  
5     enumerateHamiltonSub(start,start,VHamilton,G,circuits)  
6     return circuits  
7  
8 def _enumerateHamiltonSub(currentNode:str, startNode:str, VHamilton:list[str],  
↪ G:nx.Graph, circuits:list[list[str]]):  
9     for edge in nx.edges(G,currentNode):  
10         (f,t) = edge  
11         if (t is startNode) and (len(G.nodes) == len(VHamilton)):  
12             circuits.append(VHamilton)  
13         else:  
14             if t not in VHamilton:  
15                 E = list(VHamilton)  
16                 E.append(t)  
17                 enumerateHamiltonSub(t,startNode,E,G,circuits)
```